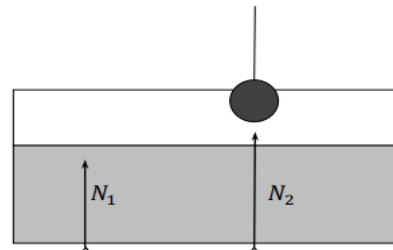


8 класс

Максимальное количество баллов – 100

Задание № 1 (10 баллов). Аквариум в форме прямоугольного параллелепипеда, заполненный водой, стоит несимметрично на двух опорах. Силы реакции опор равны соответственно

$N_1 = 300$ Н и $N_2 = 700$ Н. В аквариум опускают подвешенный на нити однородный шар объёмом $V = 15$ дм³. Линия подвеса шара проходит через центр второй опоры. Плотность материала шара больше плотности воды. Шар не касается дна аквариума, вода из него не выливается. Плотность воды равна $\rho = 1000$ кг/м³. Массой аквариума можно пренебречь по сравнению с массой воды. Ускорение свободного падения равно 10 Н/кг. Определите силу реакции левой опоры после полного погружения шара в воду. Ответ выразите в Н, округлите до целого числа.



Определите силу реакции правой опоры после полного погружения шара в воду. Ответ выразите в Н, округлите до целого числа.

Возможные способы решения:

Первый способ.

До погружения шара $N_1 + N_2 = Mg = \rho \cdot S \cdot H \cdot g$, где M – масса воды в аквариуме, S – площадь дна аквариума, H – высота уровня воды в аквариуме до погружения шара в воду.

После погружения шара в воду $N_1' + N_2' = \rho \cdot S \cdot (H + V/S)g = N_1 + N_2 + \rho \cdot V \cdot g$, где V/S – величина, на которую поднялся уровень воды после погружения шара в воду.

Так как стенки сосуда вертикальные, массой сосуда мы пренебрегаем и шар не касается дна аквариума, то каждая из сил реакции опор, а также их суммарная величина возрастёт в одно и то же число раз:

$$\frac{N_1'}{N_1} = \frac{N_2'}{N_2} = \frac{N_1' + N_2'}{N_1 + N_2} = 1 + \frac{\rho \cdot V \cdot g}{N_1 + N_2}$$

$$\text{Следовательно, } N_1' = N_1 \left(1 + \frac{\rho \cdot V \cdot g}{N_1 + N_2} \right), N_2' = N_2 \left(1 + \frac{\rho \cdot V \cdot g}{N_1 + N_2} \right)$$

$$N_1' = 300 \text{ Н} \left(1 + \frac{1000 \cdot 10 \cdot 15 \cdot 10^{-3}}{300 + 700} \right) = 300 \text{ Н} \left(\frac{1000 + 150}{1000} \right) = 345 \text{ Н}$$

$$N_2' = 700 \text{ Н} \left(1 + \frac{1000 \cdot 10 \cdot 15 \cdot 10^{-3}}{300 + 700} \right) = 700 \text{ Н} \left(\frac{1000 + 150}{1000} \right) = 805 \text{ Н}$$

Второй способ.

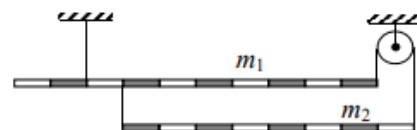
На дно аквариума оказывает давление только столб воды (это давление определяется только уровнем воды в сосуде). После опускания в воду шара уровень воды поднимается. Это приводит к формальному (кажущемуся «с точки зрения дна») увеличению массы воды на величину $m = \rho \cdot V$. Так как стенки сосуда вертикальные, а массой сосуда можно пренебречь, то дополнительная сила тяжести $m \cdot g = \rho \cdot V \cdot g$ распределяется между опорами пропорционально исходным значениям сил реакции.

Поэтому силы реакции опор увеличиваются пропорционально коэффициенту увеличения массы воды:

$$N'_1 = N_1 \left(1 + \frac{\rho \cdot V \cdot g}{N_1 + N_2}\right), \quad N'_2 = N_2 \left(1 + \frac{\rho \cdot V \cdot g}{N_1 + N_2}\right)$$

Ответ: $N'_1 = 345 \text{ Н}$, $N'_2 = 805 \text{ Н}$

Задача № 2 (15 баллов). Система, состоящая из двух однородных стержней разной плотности, находится в равновесии. Масса верхнего стержня $m_1 = 1,4 \text{ кг}$. Трение пренебрежимо мало. Определите, при какой массе m_2 нижнего стержня возможно такое равновесие.



Решение:

Так как нижний стержень подвешен за концы, находится в равновесии и его центр тяжести располагается посередине, то силы реакции нитей, действующие на него, одинаковы и равны по модулю $\frac{m_2 g}{3}$. Запишем уравнение моментов для верхнего стержня относительно точки крепления левой (верхней) нити: $\frac{m_2 g}{2} \cdot \ell + m_1 g \cdot 3\ell - \frac{m_2 g}{2} \cdot 8\ell = 0$.

Выразим из этого уравнения m_2 , получим: $m_2 = \frac{6}{7} m_1$ или $m_2 = \frac{6 \cdot 1,4 \text{ кг}}{7} = 1,2 \text{ кг}$

Ответ: $m_2 = 1,2 \text{ кг}$

Задача № 3 (15 баллов)

Найдите КПД газовой горелки, если в ней используется газ с теплотой сгорания 36 МДж/м^3 , а на нагревание чайника с 3 л воды от температуры 10°C до кипения было израсходовано 60 л газа. Теплоемкость чайника $600 \text{ Дж/}^\circ\text{C}$.

Н	η	Решение
Д	$q = 36 \text{ МДж/м}^3 = 36 \cdot 10^6 \text{ Дж/м}^3$ $V_1 = 3 \text{ л} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$ $t_1 = 10^\circ\text{C}$ $t_2 = 100^\circ\text{C}$ $V_2 = 60 \text{ л} = 60 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$ $c = 4200 \text{ Дж/кг}^\circ\text{C}$ $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$	$\eta = \frac{Q_{\text{п}}}{Q_{\text{з}}} \cdot 100\%$, $Q_{\text{п}} = c \cdot m \cdot (t_2 - t_1)$, $Q_{\text{з}} = q \cdot V$. $\eta = \frac{c \cdot m \cdot (t_2 - t_1)}{q \cdot V_2} \cdot 100\%$ $m = \rho \cdot V$ $\eta = \frac{c \cdot \rho \cdot V_1 \cdot (t_2 - t_1)}{q \cdot V_2} \cdot 100\%$
$\eta = \frac{4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}} \cdot 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 3 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 \cdot (100 - 10)^\circ\text{C} \cdot 100\%}{60 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 \cdot 36 \cdot 10^6 \text{ Дж/м}^3} = 52,5\%$		

Ответ: $\eta = 52,5\%$

Задание № 4 (10 баллов). Расстояние между стеной и свечой 2 м . Между ними поместили собирающую линзу на расстоянии 40 см от свечи, и на стене получилось чёткое изображение пламени. Определите фокусное расстояние линзы. Какое изображение получилось на стене?

Н	Ф	Решение
Д	$\ell = d + f = 2 \text{ м}$ $d = 0,4 \text{ м}$	Для определения фокусного расстояния будем использовать формулу тонкой линзы.

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}, \text{ отсюда выразим } F: F = \frac{d \cdot f}{d + f}. f = \ell - d, f = 2 \text{ м} - 0,4 \text{ м} = 1,6 \text{ м}.$$

$$\text{Тогда } F = \frac{0,4 \text{ м} \cdot 1,6 \text{ м}}{0,4 \text{ м} + 1,6 \text{ м}} = \frac{0,64 \text{ м}}{2} = 0,32 \text{ м} = 32 \text{ см}.$$

Так как $F < d < 2F$, то это будет изображение действительное, увеличенное, перевернутое.

Ответ: $F = 32 \text{ см}$, изображение действительное, увеличенное, перевернутое.

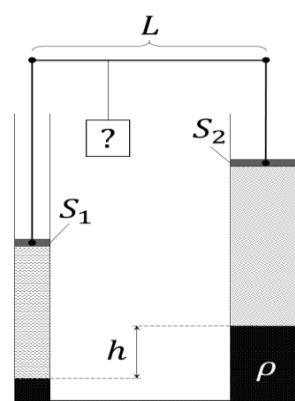
Задание № 5 (10 баллов). На скорости $v = 100 \text{ км/ч}$ двигатель автомобиля развивает мощность $N = 40 \text{ кВт}$. Вычислите КПД двигателя, если в таком режиме он потребляет $V = 9 \text{ л}$ бензина на $S = 100 \text{ км}$ пути.

Н	Решение
Д	$N = 40 \text{ кВт} = 40 \cdot 10^3 \text{ Вт}$ $v = 100 \text{ км/ч} = 10^5 \text{ м} / 3600 \text{ с}$ $V = 9 \text{ л} = 9 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$ $S = 100 \text{ км} = 10^5 \text{ м}$ $\rho = 710 \text{ кг/м}^3$ $q = 44 \text{ МДж/кг}$
	$\eta = \frac{A_{\text{п}} \cdot 100\%}{A_{\text{з}}}, A_{\text{п}} = N \cdot t, t = \frac{S}{v}.$ $A_{\text{з}} = q \cdot m = \rho \cdot V \cdot q. \text{ Тогда}$ $\eta = \frac{N \cdot t \cdot 100\%}{\rho \cdot V \cdot q} = \frac{N \cdot S \cdot 100\%}{\rho \cdot V \cdot q \cdot v}$

$$\eta = \frac{40 \cdot 10^3 \text{ Вт} \cdot 10^5 \text{ м} \cdot 3600 \text{ с} \cdot 100\%}{710 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 9 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 \cdot 44 \cdot \frac{10^6 \text{ Дж}}{\text{кг}} \cdot 10^5 \text{ м}} = 51,2\% \approx 51\%$$

Ответ: $\eta \approx 51\%$

Задание № 6 (20 баллов). Система (рис. 1) представляет собой два вертикальных сообщающихся сосуда, в которые налита ртуть. Площадь сечения левого сосуда $S_1 = 50 \text{ см}^2$, правого – $S_2 = 100 \text{ см}^2$. Поверх ртути в левое колено налита вода, массой $m_1 = 1 \text{ кг}$, а в правое – керосин, массой $m_2 = 2 \text{ кг}$. Над жидкостями находятся лёгкие поршни, способные двигаться без трения. Шатуны поршней соединены лёгким горизонтальным стержнем длиной $L = 1 \text{ м}$. Грузик какой массы и в какую точку стержня необходимо подвесить, чтобы система оставалась в равновесии, а уровень ртути в правом колене был на $h = 10 \text{ см}$ выше, чем в левом? Плотность ртути $13,6 \text{ г/см}^3$.



Решение:

Из условий задачи ясно, что $m_2 = 2m_1$, $S_2 = 2S_1$. Выполним рисунок (рис. 2) с указанием сил, действующих со стороны поршней на жидкость. Соответственно, со стороны жидкости на поршни действуют равные по модулю, но противоположно направленные силы. Искомую массу груза обозначим m , расстояние от левого конца стержня до точки подвеса груза обозначим x . Так как жидкости в системе находятся

в равновесии, то давление на уровне АВ одинаковы

$$\frac{m_1 g}{S_1} + \frac{F_1}{S_1} = \frac{m_2 g}{S_2} + \rho \cdot g \cdot h + \frac{F_2}{S_2} \quad (1)$$

После упрощения: $F_1 = \rho \cdot g \cdot h \cdot S_1 + \frac{F_2}{2} \quad (2)$

Горизонтальный стержень находится в равновесии, значит его можно рассматривать как рычаг, выбрав произвольную точку в качестве точки опоры.

В данном случае «точкой опоры» будем считать левый конец стержня. Правило моментов даёт: $m \cdot g \cdot x = F_2 \cdot L \quad (3)$

Силы, действующие на рычаг со стороны грузов и поршней скомпенсированы.

$$m \cdot g = F_1 + F_2 \quad (4)$$

Выразим F_1 и F_2 (3) и (4): $F_1 = \frac{mg(L-x)}{L}$, $F_2 = \frac{mgx}{L}$, подставим в (2) и умножим обе части выражения на $\frac{2L}{g}$: $2mg \cdot (L-x) = 2 \cdot \rho \cdot h \cdot L \cdot S_1 + mx$, отсюда

$$2mg \cdot (L-x) = 2 \cdot \rho \cdot h \cdot L \cdot S_1 + mx, \text{ отсюда } m = \frac{2 \cdot \rho \cdot h \cdot L \cdot S_1}{2L - 3x} \quad (5)$$

Подставив числовые значения в (5), получим зависимость между массой груза и его положением на стержне: $m = \frac{2 \cdot 13600 \cdot 0,1 \cdot 0,005}{2 - 3x} \text{ КГ} = \frac{13,6}{2 - 3x} \text{ КГ} \quad (6)$

При $x > \frac{2}{3} \text{ м}$ зависимость (6) теряет физический смысл, при этом масса должна быть отрицательной, масса не определена при $x = \frac{2}{3} \text{ м}$. Таким образом, груз следует подвесить не дальше $\frac{2}{3} \text{ м}$ от левого конца стержня, а массу груза выбрать из (6)

Ответ: $m \approx 13,6 \text{ кг}$; $x < 2/3 \text{ м}$ ($1/3 < x < 2/3$)

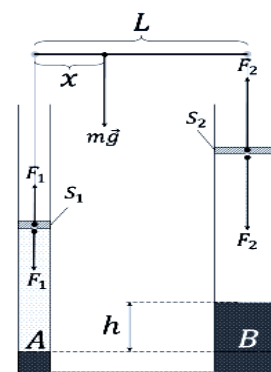


Рис. 2

Задание № 7 (20 баллов). Григорий Посчиталов спешил на занятия в Томский государственный национальный исследовательский университет. Первую четверть пути он прошёл пешком со скоростью 5 км/ч, затем сел в автобус и проехал 2/3 оставшегося пути со скоростью 19 км/ч, последний отрезок пути он пробежал со скоростью 7 км/ч. Какова средняя скорость Иннокентия на всем пути? Каковы средние скорости за первую и вторую половины времени путешествия?

Н	Решение
Д	$S_1 = S/4$ $v_1 = 5 \text{ км/ч}$ $S_2 = (S - S_1) \cdot 2/3S$ $S_2 = S/2$ $v_2 = 19 \text{ км/ч}$ $v_3 = 7 \text{ км/ч}$ $S_3 = S/4$ По определению: $v_{\text{ср}} = \frac{S}{t} = \frac{S_1 + S_2 + S_3}{t_1 + t_2 + t_3}$, $t_1 = \frac{S}{2v_1}$ $t_2 = \frac{S_2}{v_2} = \frac{S}{2 \cdot v_2}$, $t_3 = \frac{S_3}{v_3} = \frac{S}{4v_3}$. Тогда $v_{\text{ср}} = \frac{\frac{S}{4} + \frac{S}{2} + \frac{S}{4}}{\frac{S}{4v_1} + \frac{S}{2v_2} + \frac{S}{4v_3}} = \frac{S}{\frac{1}{4}(\frac{1}{v_1} + \frac{2}{v_2} + \frac{1}{v_3})}$ $v_{\text{ср}} = \frac{4v_1 v_2 v_3}{v_1 v_2 + v_3 v_1 + v_3 v_2}$ или

$$v_{\text{ср}} = \frac{4 \cdot 5 \frac{\text{км}}{\text{ч}} \cdot 19 \frac{\text{км}}{\text{ч}} \cdot 7 \text{ км/ч}}{5 \frac{\text{км}}{\text{ч}} \cdot 19 \frac{\text{км}}{\text{ч}} + 19 \frac{\text{км}}{\text{ч}} \cdot 7 \frac{\text{км}}{\text{ч}} + 2 \cdot \frac{7 \text{ км}}{\text{ч}} \cdot 5 \text{ км/ч}} = 8,8 \text{ км/ч}$$

Половина времени путешествия: $\frac{t}{2} = \frac{S \cdot (v_1 v_2 + 2v_1 v_3 + v_2 v_3)}{8v_1 v_2 v_3} > t_1$

Таким образом, часть первой половины путешествия t^* Иннокентий двигался со скоростью v_2 .

$$t^* = \frac{t}{2} - t_1 = \frac{S \cdot (v_1 v_2 + 2v_1 v_3 - v_2 v_3)}{8v_1 v_2 v_3}$$

Расстояние, пройденное Иннокентием за первую половину времени путешествия:

$$S_1 = v_1 t_1 + v_2 t^* = \frac{S \cdot (v_1 v_2 + 4v_3 - v_2 v_3)}{8 \cdot v_1 \cdot v_3}$$

$$v_{\text{ср1}} = \frac{S_1}{t/2} = v_2 \cdot \frac{4v_1 v_3 + v_1 v_2 - v_2 v_3}{v_2 v_3 + 2v_1 v_3 + v_1 v_2}, \text{ т.е.}$$

$$v_{\text{ср1}} = 19 \text{ км/ч} \cdot \frac{4 \cdot 5 \cdot 7 + 5 \cdot 19 - 19 \cdot 7}{19 \cdot 7 + 2 \cdot 5 \cdot 7 + 5 \cdot 19} \approx 6,5 \text{ км/ч}$$

$$v_{\text{ср2}} = \frac{S - S_1}{t/2} = v_2 \frac{6v_1 v_3 + v_2 v_3 - v_1 v_2}{v_2 v_3 + 2v_1 v_3 + v_1 v_2}, \text{ подставляя численные значения, получим:}$$

$$v_{\text{ср2}} = 19 \text{ км/ч} \cdot \frac{(6 \cdot 5 \cdot 7 + 19 \cdot 7 - 5 \cdot 7)}{(19 \cdot 7 + 2 \cdot 5 \cdot 7 + 5 \cdot 19)} = 15,8 \text{ км/ч}$$

Ответ: $v_{\text{ср}} = 8,8 \text{ км/ч}$, $v_{\text{ср1}} = 6,5 \text{ км/ч}$, $v_{\text{ср2}} = 15,8 \text{ км/ч}$

Спасибо за участие!