8 класс

<u>Каждое задание оценивалось в 7 баллов.</u>

8.1. Докажите, что $11+11^2+11^3+11^4+\dots+11^{2024}$ делится на 6.
Доказательство:
Преобразуем данное выражение:
$11+11^2+11^3+11^4+\dots+11^{2024}=11(1+11)+11^3(1+11)+\dots++11^{2023}(1+11)=11\cdot 12+11^3\cdot 12+\dots+11^{2023}\cdot 12=12(11+11^3+\dots+11^{2023})$.
Так как 12 делится на 6, тогда и произведение $12(11+11^3+\dots+11^{2023})$ тоже делится на 6, то есть $11+11^2+11^3+11^4+\dots+11^{2024}$ делится на 6.

8.2. *Ответ:* 9 арбузов

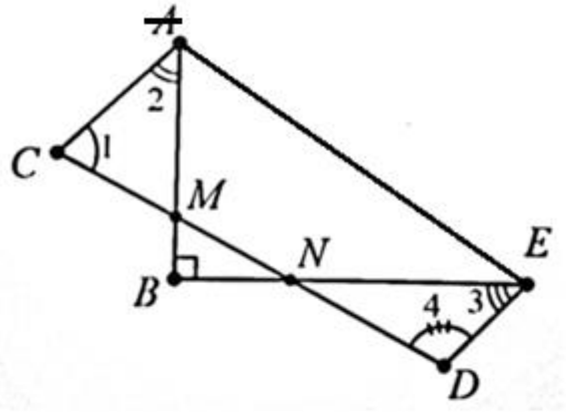
Пусть в 3 ящике было x арбузов, по условию в 1 ящике 18 арбузов и во втором ящике 18 арбузов, после того как сделали все перекладывания, с учётом возрастания среднего веса арбузов в ящиках, в первом ящике общий вес увеличился на 18*1,5=27 кг, во втором на 3*18=54 кг, а в третьем ящике общий вес уменьшился на $9x$ кг. Так как сумма общего веса не менялась, то изменение общего веса всех арбузов рано нулю.
$27 + 54 - 9x = 0$, откуда $x = 9$.

8.3. *Ответ:* 210 команд

Выбрать первого участника можно 10 способами, второго – 9, третьего – 8, четвёртого –7, пятого – 6, шестого – 5. Получается $10\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5$ способов.

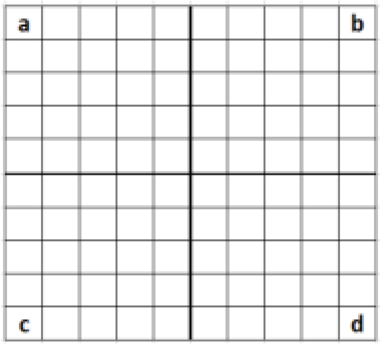
Каждой команде соответствует много способов организации выбора. Например, можно было выбрать сначала Яна, потом Андрея, потом Руслана, потом Василису, потом Пашу и потом Валерию, а можно сначала Василису, потом Руслана, потом Андрея, потом Яна, потом Пашу и потом Василису: результат тот же. В результате каждую команду мы считали
$6! = 6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1$ раз.
Значит, всего существует $C_{10}^{6}=\frac{10\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5}{6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}=210$ способов выбрать команду для участия в математической регате.

8.4. *Ответ: 270^0*



$\angle BMN=180^0-(\angle 1+\angle 2)$ – как внешний угол треугольника AMC
$\angle BNM=180^0-(\angle 3+\angle 4)$ – как внешний угол треугольника NED
Так как треугольник BMN прямоугольный, то $\angle BMN+\angle BNM=90^0$, тогда $90^0=360^0-(\angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4)$
$\angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4=270^0$

8. 5. *Ответ*: нет



Среди чисел от 1 до 100 ровно 50 четных и 50 нечетных чисел. Заметим, что числа симметричные относительно средних линий должны иметь одинаковую четность. Рассмотрим произвольное число *a* (например, расположенное в угловой клетке), симметричные ему относительно средних линий обозначим *b* и *c.* Число *d,* симметричное числам *b*, *c* должно иметь такую же чётность, как и *a* см. рисунок Рассмотрев следующую произвольную клетку из незанятых, мы снова получаем 4 числа одной четности, при этом каждый раз образуется новая четверка чисел. В итоге, разбив все числа на четверки, мы получаем, что четных и нечетных чисел должно быть кратно 4, но 50 не кратно 4. Противоречие, значит записать числа от 1 до 100 указанным образом нельзя.