Государственное автономное образовательное учреждение дополнительного образования
Псковской области «ЛИДЕР»
Структурное подразделение «Одарённые дети»

Областной конкурс «Юные дарования» 2023/2024

«Юный знаток математики»

Заочный тур

7 класс

7.1. Три окружности попарно пересекаются, но не имеют общей точки пересечения. Какие 6 различных натуральных чисел нужно поставить в точках пересечения, чтобы произведение любых четырех чисел, стоящих в точках одной и той же окружности, было равно 144?

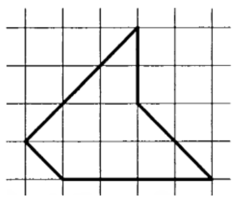
Число 144 можно разложить на четыре множителя различными способами. Выберем три таких разложения, чтобы каждые два из них содержали по два одинаковых множителя. Например: (1, 2, 6, 12), (1, 3,12, 4), (2, 6, 3, 4).

7.2. Найдите три последовательных натуральных числа сумма которых оканчивается на 2023. Какая наименьшая тройка удовлетворяет этому условию?

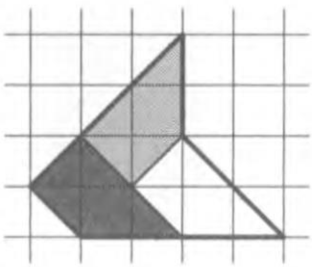
Ответ: 7340, 7341, 7342.

Заметим, что сумма трех последовательных чисел обязательно делится на 3, поэтому их наименьшая сумма — это число 22023. Откуда тройка 7340, 7341, 7342.

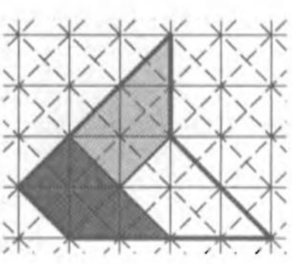
7.3. Разрежьте фигуру на рисунке на три равные части (не обязательно по линиям сетки). Части можно поворачивать и переворачивать.



а)



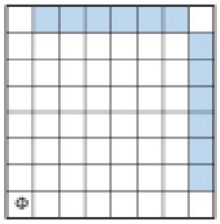
б)



Ответ: рис. А. Решение легче найти, если построить квадраты, сторонами которых являются диагонали клеток (см. рисунок б)

7.4. Вася раскрашивает 28 клеток, находящихся у края клетчатой доски размером 8×8, причём 25 клеток он красит в белый цвет и 3 клетки в чёрный. Сколько существует различных вариантов раскраски доски, если у каждого края доски ровно одна клетка должна быть закрашена чёрным? Раскраски, совпадающие при поворотах (но не переворотах) доски, считать одинаковыми.

Ответ: 36.



Решение. Чтобы у каждого края доски была ровно одна клетка закрашена чёрным, нужно закрасить в углу доски одну клетку чёрным цветом , а две другие — на сторонах (но не в углу), не прилегающих к этому углу (отмечены на рисунке). Итого 6 ×6 = 36 вариантов, которые не совпадают при поворотах доски.

7.5. **(7 баллов) В корзине находятся 30 яблок красного, жёлтого и зелёного цвета. Алёнушка рассматривает их и выбирает из них 10, затем Иванушка выбирает 5 понравившихся ему из этих десяти, а потом опять Алёнушка выбирает 2 из этих пяти. Если оба яблока окажутся красными, Алёнушка выиграла. При каком наименьшем количестве красных яблок Алёнушка наверняка может выиграть?**

Ответ: семь яблок**.**

Оценка. Будем решать задачу с конца. Чтобы Алёнушка смогла взять два красных яблока из последних пяти, жёлтых и зелёных в этой пятёрке должно быть не больше трёх. Следовательно, в отобранной Алёнушкой десятке яблок в начале игры, жёлтых и зелёных должно быть тоже не больше трёх, значит, красных яблок должно быть не меньше семи.

Пример. Если среди 30 яблок будет семь красных, Алёнушка сможет их выбрать в первую десятку. Иванушка, выбирая яблоки, сможет взять не больше трёх яблок других цветов и не меньше двух красных. Алёнушка выберет два красных яблока и выиграет.