

«Юный знаток физики»

7 класс

Решения задач заочного тура
Максимальное количество баллов – 100

Задание № 1 (10 баллов). «Картошка»

Оцените длину шкурки, которую снимают, почистив килограмм картошки. Считайте, что картофелины имеют форму шара $R = 3$ см. Ширину шкурки примите равной 1 см. Во сколько раз изменится длина снятой шкурки, если размер каждой картофелины в n раз меньше? Килограмм какой картошки можно быстрее почистить: крупной или мелкой?

Вариант решения

Сначала определим площадь поверхности картофелины:

$$S = 4\pi R^2, \quad S = 4 \cdot 3,14 \cdot 3^2 = 113,04 \text{ см}^2$$

Если ширину шкурки принять равной 1 см, то можно нарезать:

$$\ell_1 = \frac{\sqrt{S}}{\ell} \cdot \sqrt{S} = 113,04 \text{ см}$$

Оценим, сколько картофелин содержится в 1 кг

$$n = \frac{m}{\rho \cdot V_1} = \frac{3}{4} \frac{m}{\rho \cdot \pi R^3}, \quad n = \frac{3}{4} \frac{1}{1200 \cdot 3,14 \cdot (0,03)^3} \approx 8$$

Длина снятой шкурки: $\ell = n \cdot \ell_1 = \frac{300m}{\rho \cdot R}$ или

$$\ell = \frac{300 \cdot 1}{1200 \cdot 0,03} = 8,33 \text{ м.}$$

Длина снятой шкурки при уменьшении размеров в N раз

$$L = \frac{300 \cdot N \cdot m}{\rho \cdot R}, \quad L = \frac{300 \cdot 8 \cdot 1}{1200 \cdot 0,03} = 66,7 \text{ м} \quad \text{Тогда } N = L/\ell$$

$$N = 66,7/8,33 = 8$$

Ответ: $N = 8, \ell = 8,33 \text{ м}, L = 66,7 \text{ м}$

Задание № 2 (10 баллов).

Ученица Варя взвешивала алюминиевую деталь неправильной формы. Уравновесил деталь на весах такой набор гирек: 50г, 10г, 2г, 2г, 500 мг. Затем девочка налила в мензурку 100 мл воды и опустила в воду деталь и измерила новый уровень воды в мензурке. Какое значение объема содержимого мензурки должна была измерить ученица? Плотность алюминия Варя посмотрела в серьезном справочнике. Она оказалась равна $2,7 \text{ г/см}^3$.

Н	V	Решение
Д	$m_1 = 50 \text{ г}$ $m_2 = 10 \text{ г}$ $m_3 = m_4 = 2 \text{ г}$ $m_5 = 500 \text{ мг} = 0,5 \text{ г}$ $V_1 = 100 \text{ мл}$ $\rho = 2,7 \text{ г/см}^3$	<p>Найдём массу тела, зная массу гирек, с помощью которых измерялась масса тела на весах: $m = 50 \text{ г} + 10 \text{ г} + 2 \text{ г} + 2 \text{ г} + 0,5 \text{ г} = 64,5 \text{ г}$</p> <p>Тогда, зная плотность детали найдем ее объем $V_2 = m/\rho$ $V_2 = 64,5 \text{ г} / 2,7 \text{ г/см}^3 \approx 24 \text{ см}^3 = 24 \text{ мл}$.</p> <p>Объема содержимого мензурки во втором опыте больше исходного объема на объем детали, следовательно, объем во втором измерении равен $V = V_1 + V_2$ $V = 100 \text{ см}^3 + 24 \text{ см}^3 = 124 \text{ см}^3 = 124 \text{ мл}$</p>

Ответ: $V = 124 \text{ мл}$

Задание № 3 (10 баллов).

У древних шумеров (народа, заселявшего более четырёх тысяч лет тому назад междуречье Тигра и Евфрата) максимальной единицей массы был «талант». В одном таланте содержится 60 мин. Масса одной мины равна 60 сиклям.

Масса одного сикля равна $8\frac{1}{3} \text{ г}$. Сколько килограмм содержит один талант?

Решение: Масса одной мины = $60 \text{ сиклей} \cdot 8\frac{1}{3} \text{ г/сикль} = 500 \text{ г}$

Масса одного таланта = $60 \text{ мин} \cdot 500 \text{ г/мин} = 30000 \text{ г} = 30 \text{ кг}$

Задание № 4 (20 баллов).

Бочку массой 30 кг и объемом 1 м^3 заполнили стальными деталями разной формы, а затем залили машинным маслом. Масса доверху заполненной бочки составляет 5900 кг. Плотность масла 900 кг/м^3 , плотность стали 8000 кг/м^3 . Какой объем машинного масла залили в бочку?

Н	V_M	Решение
Д	$\rho_M = 900 \text{ кг/м}^3$ $\rho_{ст} = 8000 \text{ кг/м}^3$ $m_б = 30 \text{ кг}$ $V_б = 1 \text{ м}^3$ $m = 5900 \text{ кг}$	<p>Найдем объем масла: $V_M = V_б - V_{ст}$.</p> <p>Массу масла можно найти, если от массы доверху заполненной бочки вычесть массу бочки: $m - m_б = \rho_{ст} \cdot V_б + \rho_M \cdot V_M = \rho_{ст} \cdot V_б - V_M \cdot (\rho_{ст} - \rho_M)$.</p> <p>Отсюда выразим объём масла: $V_M = \frac{\rho_{ст} V_б - (m - m_б)}{\rho_{ст} - \rho_M}$</p> $V_M = \frac{8000 \cdot 1 - (5900 - 30)}{8000 - 900} \text{ м}^3 = 0,3 \text{ м}^3$

Ответ: $V_M = 0,3 \text{ м}^3$

Задание № 5 (20 баллов).

Сплав состоит из 100 г золота и 100 см³ меди. Определите плотность этого сплава. Плотность золота равна 19,3 г/см³, плотность меди – 8,9 г/см³.

Н	ρ	Решение
Д	$m_з = 100 \text{ г}$ $V_м = 100 \text{ см}^3$ $\rho_з = 19,3 \text{ г/см}^3$ $\rho_м = 8,9 \text{ г/см}^3$	<p>Найдём объём золота: $V_з = \frac{m_з}{\rho_з}$, $V_з = \frac{100\text{г}}{19,3\text{см}^3} = 5,18\text{см}^3$,</p> <p>Найдём объём сплава: $V = V_з + V_м$ или $V = 100 \text{ см}^3 + 5,18 \text{ см}^3 = 105,18 \text{ см}^3$</p> <p>Найдём массу меди: $m_м = \rho_м \cdot V_м$, $m_м = 100 \text{ см}^3 \cdot 8,9 \text{ г/см}^3 = 890 \text{ г}$</p> <p>Теперь, зная массу золота и массу меди, можем найти массу сплава: $m = m_з + m_м$ $m = 100 \text{ г} + 890 \text{ г} = 990 \text{ г}$.</p> <p>Найдём плотность сплава: $\rho = \frac{m}{V} \rho = \frac{990 \text{ г}}{105,18 \text{ см}^3} = 9,41 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$</p>

Ответ: $\rho = 9,41 \text{ кг/м}^3$

Задание № 6 (10 баллов).

Кот Леопольд, мышонок и крысёнок отправились на пикник на необитаемый остров на озере Лебединое. Надувную лодку крысёнок, конечно, забыл дома. Однако, на берегу озера нашлись бруски дерева диаметром 5 см и длиной 50 см. Сколько брусков необходимо приготовить, чтобы смастерить плот для продолжения пикника? Масса кота Леопольда 6 кг, масса крысёнка 0,5 кг, масса мышонка 0,2 кг. Плотность материала бруска 600 кг/м³.

Н	N	Решение
Д	$\ell = 50 \text{ см} = 0,5 \text{ м}$ $d = 5 \text{ см} = 0,05 \text{ м}$ $\rho = 600 \text{ кг/м}^3$ $\rho_в = 1000 \text{ кг/м}^3$ $m_м = 0,2 \text{ кг}$ $m_к = 0,5 \text{ кг}$ $m_л = 6 \text{ кг}$	<p>Запишем условие плавания тел: $F_T = F_A$</p> <p>$Mg = \rho_в g \cdot V$ или $(m_к + m_л + m_м) \cdot g + \rho \cdot gV = \rho_д \cdot g \cdot V$ $(m_к + m_л + m_м) g = \rho \cdot gV - \rho_д \cdot g \cdot V = gV \cdot (\rho_в - \rho)$,</p> <p>Но $V = N \cdot S \cdot \ell = N \cdot \ell \cdot \pi d^2 / 4$.</p> $N = \frac{4 \cdot (m_л + m_л + m_к)}{(\rho_в - \rho) \cdot \ell \cdot \pi d^2}$ <p>Тогда</p> $N = \frac{4 \cdot (0,2 + 0,5 + 6)}{(1000 - 600) \cdot 3,14 \cdot 0,05^2 \cdot 0,5} = \frac{4 \cdot 6,7}{400 \cdot 0,004} \approx 17$ <p>Ответ: $N \approx 17$</p>

Задание № 7 (20 баллов).

Бабушка и внук собрали на своей даче урожай яблок 50 кг. У них имеется очень легкий черенок от старой лопаты длиной 1,5 м. Бабушка и внук решили перенести корзину с яблоками, подвесив ее на черенке от лопаты, держа черенок за концы. Где надо подвесить корзину с яблоками, чтобы нагрузка на внука была в 3 раза больше, чем на бабушку? Массой корзины пренебречь.

Н	l_6, l_B	Решение
Д	$m = 50 \text{ кг}$ $l = 1,5 \text{ м}$ $F_B = 3F_6$	Чтобы найти, где нужно подвесить корзину с яблоками, т.е. надо найти точку опоры, т.к. черенок лопаты будет использован как рычаг, поэтому запишем условие равновесия рычага: $\frac{F_6}{F_B} = \frac{l_B}{l_6}$.

Рассчитаем, какую силу должна прикладывать бабушка:

$F_6 = m \cdot g$, тогда внук должен прикладывать силу, равную:

$$F_B = 3 F_6 = 3 mg \text{ или } F_6 = 50 \text{ кг} \cdot 10 \text{ Н/кг} = 500 \text{ Н}, F_B = 500 \text{ Н} \cdot 3 = 1500 \text{ Н}.$$

Зная длину рычага (черенка лопаты), можем найти одно из плеч рычага, т.к. $l_B = l_6 + l$. $l_B = l - l_6$.

Подставляя значения плеч в условие равновесия рычага, получим:

$$\frac{F_6}{F_B} = \frac{l - l_6}{l_6} \text{ или } F_6 \cdot l_6 = F_B \cdot (l - l_6).$$

Из этого уравнения, можем выразить l_6 :

$$F_6 \cdot l_6 = F_B \cdot l - F_B l_6 \text{ или } F_6 \cdot l_6 = 3F_6 \cdot l - 3F_6 l_6,$$

$$F_6 \cdot l_6 + 3F_6 l_6 = 3F_6 \cdot l, \text{ т.е. } 4 l_6 = 3 l, \text{ откуда } l_6 = \frac{3}{4} l \text{ или}$$

$$l_6 = \frac{3}{4} 1,5 \text{ м} = 1,125 \text{ м}. \text{ Тогда } l_B = 1,5 \text{ м} - 1,125 \text{ м} = 0,375 \text{ м}$$

Ответ: $l_B = 0,375 \text{ м}$; $l_6 = 1,125 \text{ м}$

Спасибо за участие!