

# Задача 5. Разбиение массива

Ограничение по времени: 1 секунда  
Ограничение по памяти: 512 мегабайт

Дан массив  $A = [a_1, a_2, \dots, a_n]$ , содержащий  $n$  натуральных чисел.

Требуется раскрасить элементы массива в два цвета таким образом, чтобы не существовало двух элементов  $x$  и  $y$  одного цвета, таких, что  $x$  нацело делится на  $y$  и выполнялось равенство  $\frac{x}{y} = p$ , где  $p$  — простое число. Гарантируется, что такая раскраска существует

Напомним, что целое число  $p > 1$  называется простым, если оно имеет ровно два делителя: 1 и  $p$

## Формат входных данных

Первая строка содержит одно целое число  $n$  ( $1 \leq n \leq 100\,000$ ) — количество элементов в массиве.  
Вторая строка содержит  $n$  целых чисел  $a_1, a_2, \dots, a_n$  ( $1 \leq a_i \leq 10^6$ ) — элементы массива.

## Формат выходных данных

Выведите описание разбиения массива на два множества в следующем формате  
Выведите  $n$  целых чисел,  $i$ -е из которых равняется 1, если элемент  $a_i$  надо раскрасить в первый цвет, и 2, если элемент  $a_i$  надо раскрасить во второй цвет

Если существует несколько подходящих раскрасок, вы можете вывести любую из них

## Система оценки

Баллы за каждую подзадачу начисляются только в случае, если все тесты для этой подзадачи и необходимых подзадач успешно пройдены.

Подзадача	Баллы	Дополнительные ограничения	Необходимые подзадачи	Информация о проверке
1	9	$a_i \leq 2$ для всех $i$		первая ошибка
2	19	Гарантируется, что все $a_i$ являются степенями некоторого простого числа $p$		первая ошибка
3	12	$a_i \leq 3$ для всех $i$	1	первая ошибка
4	13	$a_i \leq 4$ для всех $i$	1, 3	первая ошибка
5	21	$n \leq 10$		первая ошибка
6	26	нет	1–5	первая ошибка

## Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
4 1 2 3 4	2 1 1 2
1 20	1

## Замечание

В первом примере есть два элемента первого цвета: 2 и 3, и два элемента второго цвета: 1 и 4. Элементы первого цвета не делятся нацело друг на друга. 4 нацело делится на 1, но их отношение не является простым числом.

## Задача 6. Бактерии

Ограничение по времени: 1 секунда  
Ограничение по памяти: 512 мегабайт

В биологической лаборатории проводят эксперимент. В начале у ученых есть  $n$  замороженных бактерий, пронумерованных от 1 до  $n$ .

Согласно плану эксперимента замороженная бактерия с номером  $i$  попадёт в чашку Петри через  $a_i$  секунд после начала эксперимента. Если таких бактерий несколько, они все попадают туда одновременно.

Как только замороженная бактерия оказывается в чашке Петри, она размораживается и начинает *созревать*. Созревание бактерии с номером  $i$  занимает  $t_i$  секунд. Как только бактерия созрела, она начинает размножаться: немедленно превращается в две *созревшие* бактерии, и затем каждая созревшая бактерия в конце каждой секунды снова делится на две созревшие бактерии.

Размером колонии называется общее количество бактерий в чашке Петри. Цель эксперимента — определить, через сколько секунд размер колонии будет в точности равен  $m$ .

Помогите ученым определить искомое число секунд или выясните, что размер колонии никогда не будет в точности равен  $m$ .

### Формат входных данных

В первой строке даны целые числа  $n, m$  ( $1 \leq n \leq 2 \cdot 10^5, 1 \leq m \leq 10^9$ ) — количество замороженных бактерий и желаемый размер колонии.

Во второй строке даны  $n$  целых чисел  $a_1, a_2, \dots, a_n$  ( $1 \leq a_i \leq 10^9$ ) — времена перемещения замороженных бактерий в чашку Петри.

В третьей строке даны  $n$  целых чисел  $t_1, t_2, \dots, t_n$  ( $1 \leq t_i \leq 10^9$ ) — продолжительность созревания замороженных бактерий.

### Формат выходных данных

Если размер колонии никогда не будет равен  $m$ , выведите  $-1$ .

В противном случае выведите число секунд после начала эксперимента, через которое размер колонии будет в точности равен  $m$ .

### Система оценки

Баллы за каждую подзадачу начисляются только в случае, если все тесты для этой подзадачи и необходимых подзадач успешно пройдены.

Подзадача	Баллы	Дополнительные ограничения	Необходимые подзадачи	Информация о проверке
1	13	$m \leq n, a_i \leq 10^5, t_i = 10^9$		первая ошибка
2	14	$a_i = i, t_i$ равны		первая ошибка
3	17	$n, a_i, t_i \leq 3000$		первая ошибка
4	23	$a_i$ равны 1		первая ошибка
5	33	—	1–4	первая ошибка

### Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
4 11 3 5 1 10 2 9 2 13	5
13 124 5 6 8 8 1 6 4 6 4 7 10 3 9 5 2 10 5 2 1 1 4 8 3 4 1 9	8

### Замечание

Рассмотрим, как развивается эксперимент в первом примере.

Время	Бактерия 1	Бактерия 2	Бактерия 3	Бактерия 4	Всего
0	заморожена	заморожена	заморожена	заморожена	0
1	заморожена	заморожена	в чашке Петри, созревает	заморожена	1
2	заморожена	заморожена	в чашке Петри, созревает	заморожена	1
3	в чашке Петри, созревает	заморожена	в чашке Петри, созрела, 2 бактерии	заморожена	3
4	в чашке Петри, созревает	заморожена	в чашке Петри, созрела, 4 бактерии	заморожена	5
5	в чашке Петри, созрела, 2 бактерии	в чашке Петри, созревает	в чашке Петри, созрела, 8 бактерий	заморожена	11

## Задача 7. Разбиение на тройки

Ограничение по времени: 1 секунда  
Ограничение по памяти: 512 мегабайт

На день рождения Маше как обычно подарили массив  $a$  из  $n$  натуральных чисел, в котором каждое число находится в пределах от 1 до  $m$  включительно. Маша очень любит число три, поэтому длина массива делится на три.

Маша решила объединять числа в *тройки*: каждая тройка чисел должна состоять или из трех одинаковых чисел, или из трех последовательных чисел. Другими словами, каждая тройка имеет или вид  $(x, x, x)$ , или  $(x, x + 1, x + 2)$ , где  $x$  — какое-то натуральное число

Маша хочет поиграть с подаренным массивом, и ее интересует количество способов разбить числа этого массива на такие тройки. Два способа разбиения считаются различными, если нельзя установить взаимно-однозначное соответствие между тройками первого разбиения и тройками второго разбиения, что числа внутри соответствующих троек равны. Так как количество разбиений может быть большим, Маше достаточно знать его остаток по модулю  $10^9 + 7$

Помогите Маше посчитать количество способов разбить числа подаренного ей массива на тройки по модулю  $10^9 + 7$

### Формат входных данных

Первая строка входных данных содержит два целых числа  $n$  и  $m$  ( $1 \leq n \leq 5000$ ,  $1 \leq m \leq 5000$ ,  $n = 3 \cdot k$  для какого-то натурального  $k$ )

Вторая строка содержит  $n$  целых чисел  $a_i$  — числа массива ( $1 \leq a_i \leq m$ )

### Формат выходных данных

В единственной строке одно число — количество способов разбить числа массива на тройки по модулю  $10^9 + 7$ .

### Система оценки

Баллы за каждую подзадачу начисляются только в случае, если все тесты для этой подзадачи и необходимых подзадач успешно пройдены

Подзадача	Баллы	Дополнительные ограничения	Необходимые подзадачи	Информация о проверке
1	10	$m \leq 3$		первая ошибка
2	8	$m \leq 4$	1	первая ошибка
3	10	каждое число от 1 до $m$ встречается не более двух раз		первая ошибка
4	12	массив $a$ не содержит чисел, которые делятся на 4	1	первая ошибка
5	29	$n \leq 500$ , $m \leq 500$		первая ошибка
6	31	—	1, 2, 3, 4, 5	первая ошибка

### Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
9 4 3 4 2 4 4 2 3 3 2	2
6 3 1 2 3 1 2 1	0

### Замечание

В первом примере числа можно разбить на тройки двумя способами:  $\{(2, 2, 2), (3, 3, 3), (4, 4, 4)\}$  и  $\{(2, 3, 4), (2, 3, 4), (2, 3, 4)\}$ .

## Задача 8. Обходы бинарного дерева

Ограничение по времени: 2 секунды  
Ограничение по памяти: 512 мегабайт

Бинарное дерево — это набор вершин, у каждой из которых может быть левый и правый ребёнок. Одна из вершин является корнем дерева, она не является ребёнком какой-то другой. Начав в корне и каждый раз переходя в одного из детей, можно дойти до любой вершины. Множество вершин, до которых можно дойти из заданной, называется её поддеревом.

У бинарного дерева есть три основных обхода: прямой (*pre-order*), центрированный (*in-order*) и обратный (*post-order*).

Прямой обход дерева — это порядок его вершин, полученный следующим рекурсивным алгоритмом:

1. Добавить корень дерева в обход.
2. Если у корня есть левый ребёнок, выписать прямой обход его поддерева.
3. Если у корня есть правый ребёнок, выписать прямой обход его поддерева.

В центрированном обходе корень дерева выписывается между обходами поддеревьев его детей, в обратном — после обходов поддеревьев его детей.

Обобщим эти три варианта обхода: пусть в каждой вершине записано целое число  $x$  от  $-1$  до  $1$ , обозначающее, в какой момент мы выписываем эту вершину, а именно:

- $x = -1$ : до обходов поддеревьев её детей;
- $x = 0$ : между обходами поддеревьев её детей;
- $x = 1$ : после обходов поддеревьев её детей.

Таким образом, если во всех вершинах записано  $-1$ , обход является прямым, если  $0$  — центрированным, если  $1$  — обратным.

Рассмотрим дерево с  $n$  вершинами, пронумерованных от  $1$  до  $n$ . Корень дерева — вершина  $1$ . Изначально во всех вершинах записано число  $-1$ .

В рамках исследования необходимо обработать  $q$  запросов одного из следующих типов:

1. Поменять числа в вершинах  $l, l + 1, \dots, r$  на  $x$  ( $x$  равен  $-1$ ,  $0$  или  $1$ ).
2. Сообщить, на какой позиции в текущем обходе будет стоять вершина  $i$ .

Необходимо вывести ответы на все запросы второго типа.

### Формат входных данных

В первой строке входных данных даны два целых числа  $n$  и  $q$  ( $1 \leq n, q \leq 100\,000$ ).

В следующих  $n$  строках даны по два целых числа  $L_i$  и  $R_i$  ( $0 \leq L_i, R_i \leq n$ ) — номер левого и правого ребёнка вершины  $i$  соответственно, либо  $0$ , если соответствующий ребёнок отсутствует

Гарантируется, что  $L_i$  и  $R_i$  задают корректное бинарное дерево

В следующих  $q$  строках даны запросы. Первое число в строке  $t$  ( $t \in \{1, 2\}$ ) — тип запроса

В случае запроса первого типа далее даны целые числа  $l, r$  и  $x$  ( $1 \leq l \leq r \leq n$ ,  $x$  равен  $-1$ ,  $0$  или  $1$ ) — границы отрезка вершин, в которых меняются числа, и новое значение

В случае запроса второго типа далее дано число  $i$  ( $1 \leq i \leq n$ ) — номер вершины, позицию которой в обходе необходимо вывести

### Формат выходных данных

На каждый запрос второго типа выведите единственное число от  $1$  до  $n$  — позицию соответствующей вершины в обходе.

## Система оценки

Пусть  $q_1$  — количество запросов первого типа.

Подзадача	Баллы	Дополнительные ограничения	Необх. подзадачи	Информация о проверке
1	10	$n, q \leq 5000$		первая ошибка
2	5	$q_1 \leq 10$		первая ошибка
3	10	все запросы первого типа идут до всех запросов второго типа		первая ошибка
4	10	все листья (вершины без детей) находятся на одном расстоянии от корня, нет вершин с ровно одним ребёнком		первая ошибка
5	10	$l = r$ для всех запросов первого типа		первая ошибка
6	20	$x \in \{-1, 1\}$ для всех запросов первого типа, у каждой вершины не более одного ребёнка		первая ошибка
7	10	$x \in \{-1, 1\}$ для всех запросов первого типа	6	первая ошибка
8	10	у каждой вершины не более одного ребёнка	6	первая ошибка
9	15	нет	1–8	первая ошибка

## Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
5 5 3 4 0 0 5 2 0 0 0 0 2 2 1 1 3 1 2 5 1 3 3 0 2 3	4 1 2

## Замечание

В примере обход меняется следующим образом:

- [1, 3, 5, 2, 4]
- [5, 2, 3, 4, 1]
- [5, 3, 2, 4, 1]