Шифр ф-08-09-01

$\sum$ 15,5

8-Е1. Шприц

№	Пункт разбалловки	Балл	Пр	Ап
	Измерена зависимость $x_{C1}(V)$			
1.1	10 и более точек; — 7-9 точек; — 5-6 точек.	2.0 *1.5* *1.0*	2	
	График $x_{C1}(V)$			
1.2	Размер и подпись осей (разделы 1-4 таблицы Требований к проведению РЭ ВсОШ).	0.5	0,5	
1.3	Оцифровка осей (раздел 5 таблицы).	0.5	0,5	
1.4	Нанесение точек (раздел 6 таблицы) и линия графика (раздел 7 таблицы).	0.5	0,5	
1.5	Выведена верная теоретическая зависимость $x_{C1}(V)$: $$x_{C1}(V) = \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1 + m_2} + \frac{m_2}{m_1 + m_2}V.$$	2.0	2,0	
	Найдено отношение m_1/m_2			
1.6	В пределах $\pm 5\%$ от эталонного значения, измеренного организаторами. — В пределах $\pm 10\%$ от эталонного значения, измеренного организаторами.	2.0 *1.0*	2	
	Измерена зависимость $x_{C2}(V)$			
2.1	10 и более точек; — 7-9 точек; — 5-6 точек.	2.0 *1.5* *0.5*	2	
2.2	График $x_{C2}(V)$: нанесение точек (раздел 6 таблицы) и линия графика (раздел 7 таблицы).	0.5	0,5	
2.3	Определено минимальное значение $x_{C2}^{\min}$.	0.5	0,5	
3.1	Записано правило моментов для шприца с водой: $$(m_1 + m_2)(x_{C1} - x_{C2}) = \rho_0 V(x_{C2} - \frac{V}{2});$$ или аналогичное верное уравнение, связывающее две зависимости: $x_{C1}(V)$ и $x_{C2}(V)$ и содержащее лишь m_1, m_2, V, x_{C1}, x_{C2} и плотность воды ρ_0.	3.0	3.0	

4.1	Предложены верные переменные, например: $$Y = \rho_0 V(x_{C2} - \frac{V}{2}) \text{ и } X = x_{C1} - x_{C2}.$$	2 точки по 1.5	1.	
	График линеаризованной зависимости $Y(X)$			
4.2	Размер и подпись осей (разделы 1-4 таблицы Требований к проведению РЭ ВсОШ).	0.5	0,5	
4.3	Оцифровка осей (раздел 5 таблицы).	0.5	0,5	
4.4	Нанесение точек (раздел 6 таблицы) и линия графика (раздел 7 таблицы).	0.5	0	
	Определение m_1 **и** m_2			
4.5	m_1 лежит в пределах $\pm 10\%$ от эталонного значения, измеренного организаторами. — m_1 лежит в пределах $\pm 20\%$ от эталонного значения, измеренного организаторами.	1.0 *0.5*	0	
4.6	m_2 лежит в пределах $\pm 10\%$ от эталонного значения, измеренного организаторами. — m_2 лежит в пределах $\pm 20\%$ от эталонного значения, измеренного организаторами.	1.0 *0.5*	0	

Шифр ф-08-09-01

$\sum$ 14,5 + 1 = 15,5

8-E2. Конус

№	Пункт разбалловки	Балл	Пр	Ап
	Предложен метод определения длины образующей			
1.1	с помощью двух линеек (метод описан в решении) или иной разумный метод — обведение контура конуса на бумаге	2.0 *0.0*	2	
1.2	Длина образующей конуса определена с отклонением не более 10%.	1.0	1	
	Примечание: оцениваются значения длины образующей для выданных конусов. Геометрические параметры конусов могут отличаться в зависимости от партии.			
	Предложен метод гидростатического взвешивания			
2.1	Метод гидростатического взвешивания, получена расчетная формула $$M_{\text{В}} = \rho k((l_0 + l_x)^3 - l_0^3) = \rho k(l_0 + l_x)^3 - \rho k l_0^3$$	3.0	3	
2.2	Шпажка зафиксирована в лапке штатива — Шпажка держится рукой или в работе нет явного указания, что шпажка зажата в лапке штатива	2.0 *1.0*	2	
2.3	Предложено построить линеаризованный график, позволяющий определить k. Должна присутствовать явная формула, связывающая k и параметры прямой.	2.0	0	
	Проведены прямые измерения. Таблица измерений			
2.4	Количество измеренных различных значений не менее 7 — Количество измерений 5-6 — Количество измерений 3-4 — Количество измерений 1-2	3.0 *2.0* *1.0* *0.0*	3	
2.5	В таблицу включен столбец с посчитанными значениями величин(ы), позволяющих построить линеаризованный график для определения k.	1.0	0	

	Построен линеаризованный график, позволяющий определить значение k			
2.6	Размер и подпись осей соответствуют требованиям к оформлению графиков (разделы 1–4 таблицы);	0.5	0,5	
2.7	Оцифровка осей соответствует требованиям к оформлению графиков (раздел 5 таблицы);	0.5	0,5	
2.8	Нанесение точек соответствует требованиям к оформлению графиков (раздел 6 таблицы);	0.5	0,5	
2.9	Проведена "усредняющая"прямая линия графика, которая соответствует требованиям к оформлению графиков (раздел 7 таблицы);	0.5	0,5	
	Примечание: График оценивается в том случае, если предложен правильный метод линеаризации и либо в таблице измерений, либо в тексте работы содержится информация об этом, кроме расчетной формулы, включающая данные, полученные в результате расчетов			
	По графику определено значение коэффициента k			
2.10	получено значение в диапазоне $0{,}9k$–$1{,}1k$; — получено значение в диапазоне $0{,}75k$–$1{,}25k$; — получено значение вне диапазона $0{,}75k$–$1{,}25k$;	1.5 *1.0* *0.0*	1,0	
	Примечание: оцениваются значения k для выданных конусов. Геометрические параметры конусов могут отличаться в зависимости от партии.			
	Определение массы полного конуса M			
3.1	Вывод рабочей формулы $$M = m\frac{L_0^3}{L_0^3 - l_0^3}$$	1.0	1	
3.2	Определена масса выданного конуса m	0.5	0,5	
3.3	Получено значение в диапазоне $0{,}85M - 1{,}15M$; — Получено значение в диапазоне $0{,}7M - 1{,}3M$ — Получено значение вне диапазона $0{,}7M - 1{,}3M$	1.0 *0.5* *0.0*	0	
	Примечание: оцениваются значения M и m для выданных конусов. Массы конусов могут отличаться в зависимости от партии.			

ЗАДАЧА № ~~8~~ 1	ЛИСТ 1 ИЗ 5 (листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	Ф-08-09-01 ШИФР (заполняется оргкомитетом)

Подвесим шприц на нитке, так, чтобы ~~её~~ её можно было свободно передвигать по его длине. Тогда, чтобы измерить в каждом случае координату центра масс системы достаточно передвижениями нити добиться того чтобы в подвешенном состоянии шприц находился в горизонтальном положении. Координата т. подвеса нити и будет координатой центра масс.

1) Основываясь на этом, сделаем измерения:

V, мл	X_c (мл)
0	~~6,25~~ 6
1	~~6,1~~ 6,25
2	6,75
3	7,25
3,5	7,5
4	7,75
5	8
5,5	8,25
6	8,5
7	9
8	9,5

(X_c измеряем в мл по шкале шприца)

Построим по этим измерениям график (см. миллиметровку)

ЗАДАЧА № 10. 1	ЛИСТ 2 ИЗ 5 (листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	7-08-09-01 ШИФР (заполняется оргкомитетом)

Вычислим теоретически, чему равен x_{c_1} в разных ситуациях. Пусть координата центра масс отдельно цилиндра — x_1, отдельно поршня — x_2. Тогда, если мы вытащили поршень на объём V (в наших реалиях это ещё и расстояние), координаты центров масс объектов в системе равны x_1 и $x_2 + V$ (см. рисунок)

Тогда, так как центр масс этой системы находится в т. x_{c_1}, относительно него моменты запишем: (прочие ничтожны) (этот центр находится между x_1 и x_2+V)

$$(x_{c_1} - x_1) m_1 g - (V + x_2 - x_{c_1}) m_2 g = 0 \quad | : g \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_{c_1} m_1 - x_1 m_1 - V m_2 - x_2 m_2 + x_{c_1} m_2 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_{c_1}(m_1 + m_2) = x_1 m_1 + x_2 m_2 + V m_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_{c_1} = \frac{x_1 m_1 + x_2 m_2}{m_1 + m_2} + V \frac{m_2}{m_1 + m_2}.$$

Из графика и отсюда видно, что x_{c_1} — линейная функция от V, где угл. коэффициент $= \frac{m_2}{m_1 + m_2}$.

Исходя из графика, найдём этот угл. коэф. (по точкам ($V = 0$, $x_{c_1} = 5{,}75$ мл), ($V = 8$ мл, $x_{c_1} = 9{,}5$ мл)):

ЗАДАЧА № 8. 1	ЛИСТ 3 ИЗ 5 (листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	Ф-08-09-01 ШИФР (заполняется оргкомитетом)

$$\frac{m_2}{m_1+m_2} = \cancel{\frac{8}{\ldots}} = \frac{9,5\text{ мл} - 5,75\text{ мл}}{8\text{ мл} - 0\text{ мл}} = \frac{3,75}{8} \approx 0,47$$

Откуда $\cancel{\frac{m_1}{m_1+m_2}}$ $\frac{m_1+m_2}{m_2} = \frac{1}{\frac{m_2}{m_1+m_2}} = \frac{1}{0,47} \approx 2,13$

$$\frac{m_1+m_2}{m_2} = \frac{m_1}{m_2} + 1 \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = 2,13 - 1 = 1,13$$

$\boxed{\text{Значит, } \frac{m_1}{m_2} = 1,13}$

2) Снимем измерения аналогично прошлому пункту:

V/мл	X_{c_2}/мл
0	6
1	5,5
2	5,5
2,5	5,25
3	5,20
3,5	5,25
4	5,5
5	5,5
6	5,75
7	6
8	6,25
8,5	6,5
9	6,75

Нанесём эти измерения на график.
Из графика видно, что зависимость $X_{c_2}(V)$ – квадратическая, а ~~тогда~~ тогда мин значение

$\boxed{X^{\min}_{c_2} \approx 5,25\text{ мл}}$

ЗАДАЧА № В. 1	ЛИСТ 4 из 5 (листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	Ф-08-09-01 ШИФР (заполняется оргкомитетом)

3) В случае, когда в трубке V над водой вместо воздуха, в систему добавляется ещё один объект — вода. Коорд. центра масс системы без воды мы уже знаем — $X_{c1}(V)$, получим через него X_{c2}. Координата центра масс воды в нашей системе — $\frac{V}{2}$ (~~[illegible]~~ столб воды симметричен), её вес — $\rho_в V g$, а тогда так как X_{c2} — центр масс новой системы (находится между $\frac{V}{2}$ и X_{c1}), мы можем записать для него правило моментов:

$$\rho_в V g\left(X_{c2} - \frac{V}{2}\right) = (m_1+m_2) g (X_{c1} - X_{c2}) \Rightarrow (1)$$

$$\Rightarrow X_{c2}(\rho_в V + m_1 + m_2) = \frac{\rho_в V^2}{2} + (m_1+m_2) X_{c1} \Rightarrow$$

~~$\Rightarrow X_{c2} =$~~

Значит X_{c2} зависит от X_{c1} как

$$X_{c2} = \frac{X_{c1}(m_1+m_2) + \frac{\rho_в V^2}{2}}{\rho_в V + m_1 + m_2}$$

4) Из (1) можно ~~[illegible]~~ сказать:

~~$X_{c2}(\rho_в V + m_1 + m_2) = \frac{\rho_в V^2}{2} = X_{c1}(m_1+m_2) \Rightarrow$~~

~~Выходит, что здесь X~~

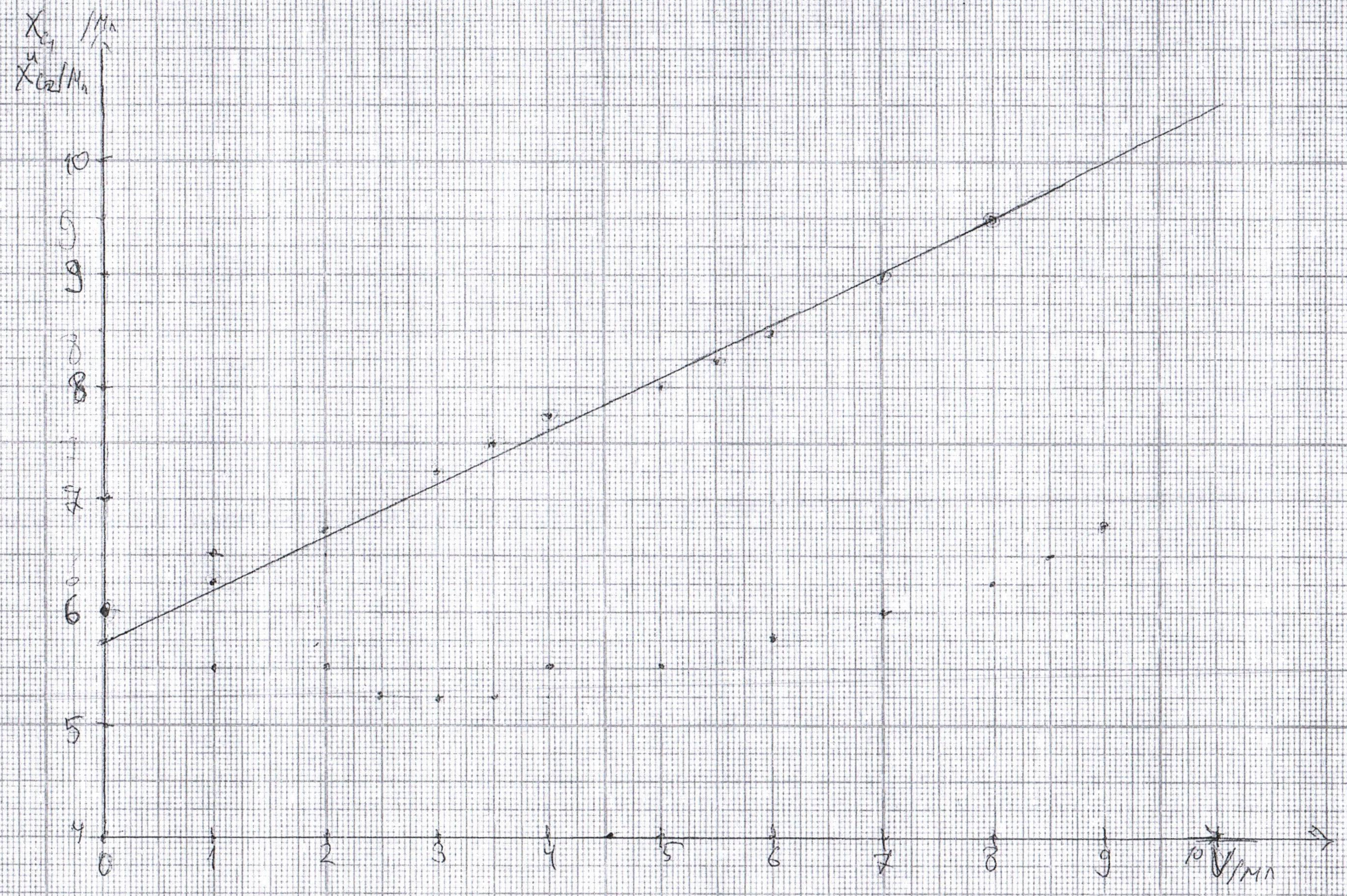
ЗАДАЧА № E8.1	ЛИСТ 5 ИЗ 5 (листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	Ф-08-08-01 ШИФР (заполняется оргкомитетом)

$$\rho_в V\left(x_{c_2} - \frac{V}{2}\right) = (m_1+m_2)(x_{c_1} - x_{c_2}).$$

Здесь $Y = \rho_в V(x_{c_2} - \frac{V}{2})$ (всегда известно), $X = (x_{c_1} - x_{c_2})$, $k = (m_1+m_2)$. По известным нам значениям мы можем построить прямой линейный график, в нем вычислим угловой коэффициент k, узнав m_1+m_2, и зная отношение m_1 и m_2 мы сможем численно найти сами m_1 и m_2.

График зависимости X_{C_1} и X_{C_2} от V

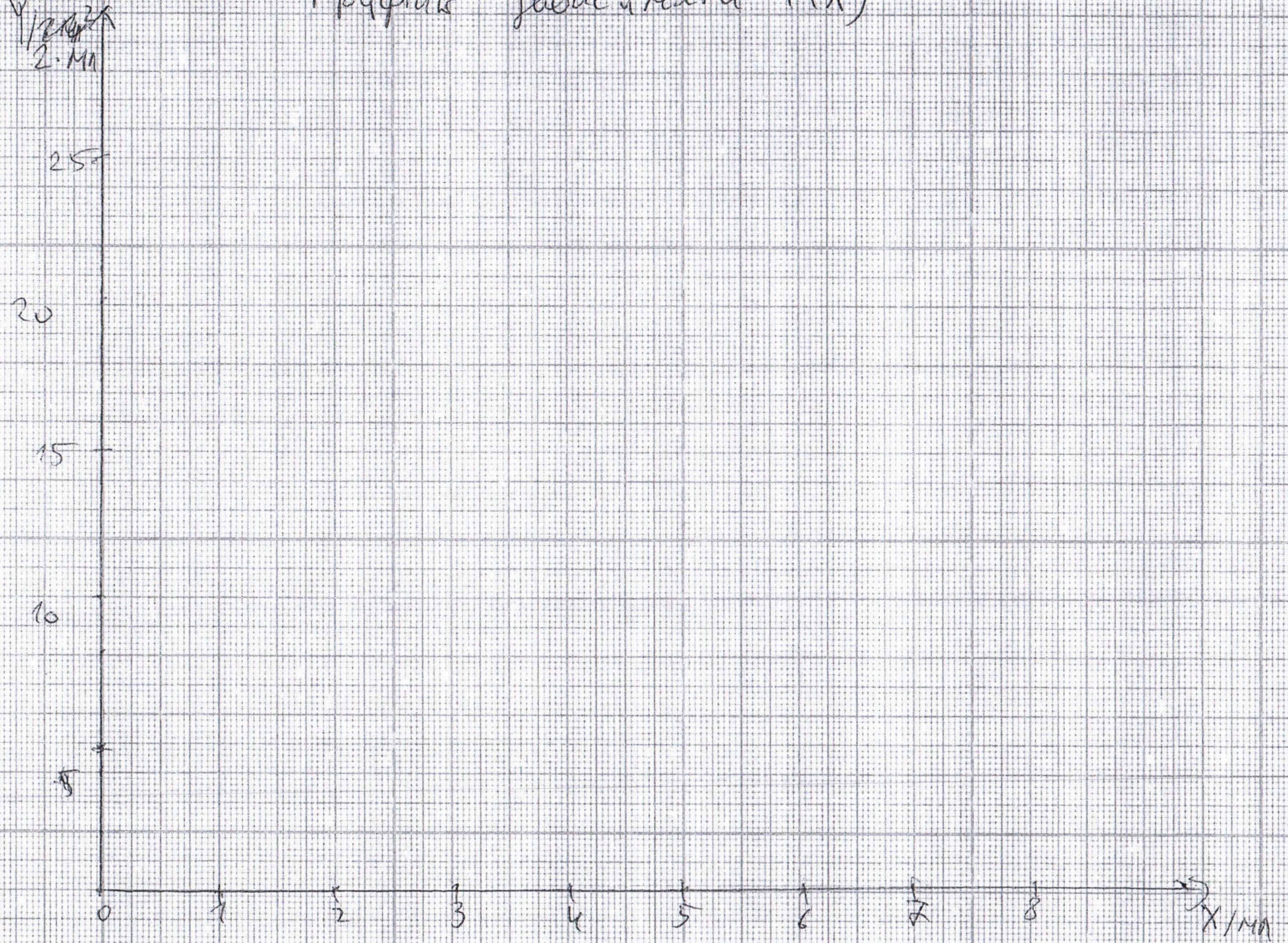
E8-1



Ф-08-48-01

Б8-1

График зависимости Y(X)

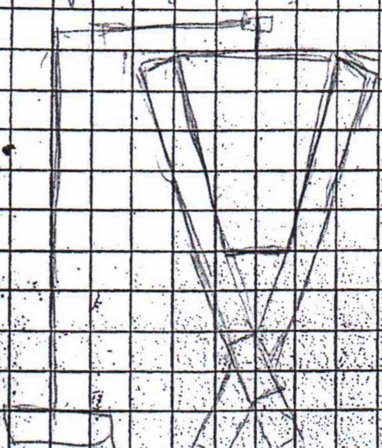


Ф-08-09-01

ЗАДАЧА № F8. 2	ЛИСТ 1 ИЗ 6 (листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	Ф-08-08-01 ШИФР (заполняется оргкомитетом)

1 Чтобы найти длину образующей, мы можем воспользоваться несколькими способами.

Первый вариант, подвесим наш конус на штативе и „зажмём" его двумя линейками (см. рисунок)

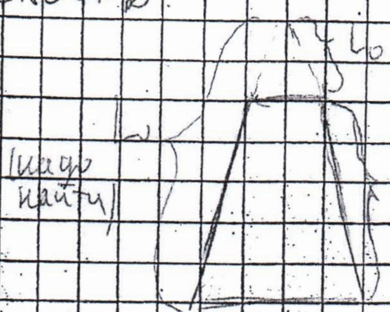


Тогда расстояние от конца линеек до т. их пересечения и будет равно образующей этого конуса (линейки прикладываем параллельно конусу, противоположно друг другу).

Проведя измерения 3 раза, линейки упрутся на отметках 18,1 см, 18,2 см, 18,3 см. Усредним, получим ≈ 18,2 см

ЗАДАЧА № Ф8.2	ЛИСТ 2 ИЗ 6 (листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	ф-08-08-01 ШИФР (заполняется оргкомитетом)

Второй способ: геометрический. Изобразим проекцию ~~на~~ этого усеченного конуса на плоскость.



(известно, можем найти по линейке или по отрезкам, $= 15$ см)

Заметим, что это — равнобокая трапеция. Ее стороны можно продлить до пересечения, тогда боковая сторона нового треугольника будет равна L_0. Заметим, что мы можем найти отношение L_0 к L. Оно равно отношению оснований нашей трапеции, длины которых мы можем измерить по линейке (равны) 7,7 см и 1,4 см).

Тогда $\frac{L_0}{L_0 - L} = \frac{L_0 + L}{L_0} = \frac{7{,}7\text{ см}}{1{,}4\text{ см}} = 5{,}5 \Rightarrow \frac{L}{L_0} = 5{,}5 - 1 = 4{,}5$ $(=4{,}5)$

$\Rightarrow L_0 = \frac{15\text{ см}}{4{,}5} \approx 3{,}3$ см $\Rightarrow L_0 = 15\text{ см} + 3{,}3\text{ см} = 18{,}3$ см, что практически аналогично прошлому способу.

Впредь будем считать $L_0 = 18{,}2$ см

ЗАДАЧА № Ф8. 2	ЛИСТ 3 ИЗ 6 (листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	Ф-08-09-01 ШИФР (заполняется оргкомитетом)

2) Заметим, что объем усеченного конуса по приведенной формуле равен объему полного конуса − объему маленького конуса, который отсекли. Это равно $K(l+l_0)^3 - Kl_0^3$ (т.к. маленький конус подобен большому). Также заметим, что не снимая каких-л[ибо] с нашей конструкции и постепенно опуская её в стакан с водой мы можем получить объем погруженной в воду части методом гидростатического взвешивания ~~(Возможно не опуская конус, а постепенно выливая~~ Воспользуемся этим и построим график зависимости объема погруженной части (а эта часть — тоже усеченный конус) от длины её образующей (смотрим по отметкам) (так как вода может выливаться из стакана мы можем не погружать конус, а ~~погружать~~ переливать часть воды в малый стакан и постепенно заливать воду с помощью шприца и трубки вычитая вес добавленной воды из показаний весов.

ЗАДАЧА № Э.2	ЛИСТ 4 ИЗ 6 (листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	Ф-08-09-01 ШИФР (заполняется оргкомитетом)

Снимем измерения (l_x - образующая опущенной части, $m_{доб}$ - масса добавленной воды, M_x - показания весов)

~~l_x/см $m_{доб}$/гр M_x / $F_{арх}$ (= F_x~~

l_x/см	$m_{доб}$/гр	M_x/гр	$V_x \left(= \frac{M_x - m_{доб}}{\rho_в}\right)$/см³
0	0	0	0
1	0	2,5	2,5
2	0	5,1	5,1
3	0	9,8	9,8
4	0	15,0	15
5	0	25,2	25,2
6	0	34,9	34,9
7	0	51,7	51,7
8	31	101,4	70,4
9	18	108,8	~~90~~ 91
10	31	165,7	134,7

Занеся точки на график видно, что зависимость действительно кубическая. Теоретически мы выведем, что $V_x = k(l_x + l_0)^3 - kl_0^3$ (опять же, это следует из подобия конусов, коэффициент k зависит от угла при основании)

ЗАДАЧА № 8.2	ЛИСТ 5 ИЗ 6 (листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	ф-08-09-01 ШИФР (заполняется оргкомитетом)

Выберем точки, которые достаточно хорошо подходят для вычислений. Это l_x мы берём значения, l_0 мы вычислили как $l_0 - l = 3{,}2$ (см)

~~Возьмём точку 8, $l_x = 9$ см, $V_x = 9{,}1$ см³.~~

Но для начала выразим k через V_x, l_x и l_0:

$$k\left((l_x+l_0)^3 - l_0^3\right) = V_x \Rightarrow k = \frac{V_x}{(l_x+l_0)^3 - l_0^3}$$

Используем несколько точек с графика (которые лежат на нём точно) а результат усредним.

1. $l_x = 4$ см, $V_x = 9{,}1$ см³, $k = \frac{9{,}1\ см^3}{(4+3{,}2\ см)^3 - (3{,}2\ см)^3} \approx \frac{9{,}1}{178{,}6} \approx 0{,}05$

2. $l_x = 2$ см, $V_x = 5{,}1$ см³, $k = \frac{5{,}1\ см^3}{(5\ см)^3 - 3{,}2^3} \approx \frac{5{,}1}{125 - 32{,}2} \approx 0{,}054$

3. $l_x = 3$ см, $V_x = 9{,}8$ см³, $k = \frac{9{,}8\ см^3}{(3+3{,}2)^3 - (3{,}2)^3} \approx 0{,}047$

4. $l_x = 1$ см, $V_x = 2{,}3$ см³, $k = \frac{2{,}3}{(1+3{,}2)^3 - (3{,}2)^3} \approx \frac{2{,}5}{42} \approx 0{,}06$

5. $l_x = 4$ см, $V_x = 15$ см³, $k = \frac{15}{7{,}2^3 - 3{,}2^3} \approx \frac{15}{341} \approx 0{,}04$

ЗАДАЧА № Е8.2	ЛИСТ 6 ИЗ 6 (листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	Ф-08-08-01 ШИФР (заполняется оргкомитетом)

Усреднив, получим $k = \frac{0,05 + 0,054 + 0,047 + 0,08 + 0,0[illegible]}{5} \approx 0,05$.

Значит, $k = 0,05$.

~~Отсюда~~

3) Отсюда можно найти объем изначально усеченного конуса. Он равен

$\left((18,2\text{ см})^3 - (3,2\text{ см})^3\right) \cdot k \approx 300\text{ см}^3$.

Его вес можно измерить на весах и вычесть вес палки (1,45 гр) (измерим 3 раза и усредним)

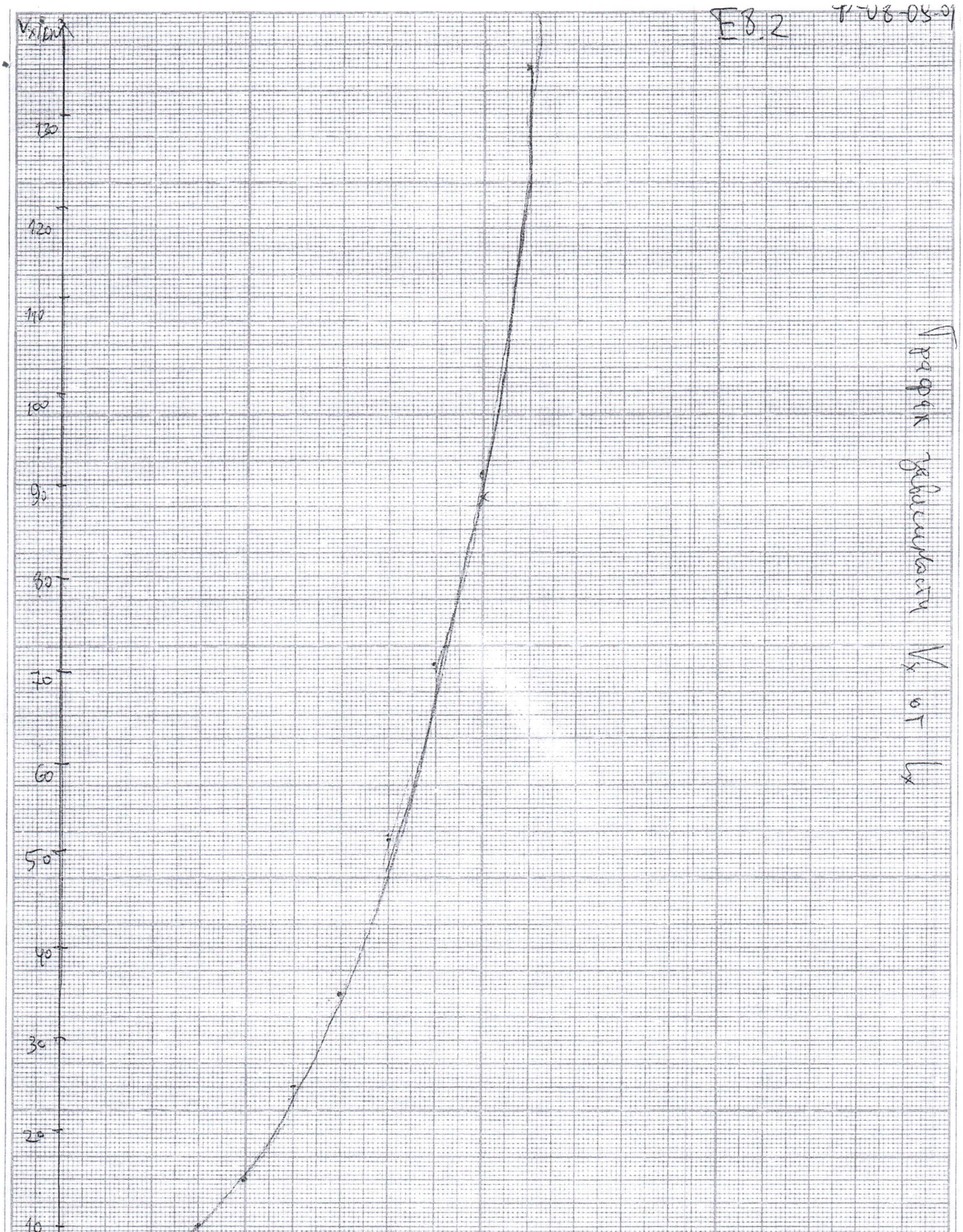
$m_x = \frac{8,2\text{ гр} + 8,22\text{ гр} + 8,18\text{ гр}}{3} - 1,45\text{ гр} = 6,75\text{ гр}$

Значит его плотность материала $\rho_x = \frac{6,75\text{ гр}}{300\text{ см}^3}$

Объем полного конуса $= (18,2\text{ см})^3 \cdot k \approx 301,5\text{ см}^3$

Значит его масса $M = 301,5\text{ см}^3 \cdot \frac{6,75\text{ гр}}{300\text{ см}^3} \approx \boxed{6,8\text{ гр}}$

б)



E8.2
T-08-05-01
График зависимости V_x от L_x
V_x, см³
130
120
110
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
L_x, см

Шифр Ф-08-09-02

$\sum$	15

8-Т1. Из города в деревню

№	Пункт разбалловки	Балл	Пр	Ап
1.1	Верно записано условие равенства средних скоростей на всем пути и на отрезке между телефонными звонками $v_{\text{ср}} = \frac{S_1+S_2-s}{t} = \frac{s}{t_2-t_1}$ или аналогичное условие, позволяющее определить s.	2.0	2	
1.2	Определено расстояние $s = 150$ км.	2.0	2	
2.1	Найдена скорость на первом участке, она же средняя скорость на всем пути $v_1 = 60$ км/ч.	2.0	2	
2.2	Доказано, что первый звонок был совершён на втором участке пути, а второй — на третьем	2.0	2	
2.3	Найдена скорость на третьем участке $v_3 = 100$ км/ч.	1.0	1	
2.4	Аргументировано, что скорость на втором участке не может быть больше скорости на третьем участке	2.0	2	
2.5	Найдена скорость на втором участке $v_2 = 50$ км/ч.	1.0	1	
3.1	Найдена протяженность первого участка в километрах $l_1 = 150$ км.	1.0	1	
3.2	Найдена протяженность второго участка в километрах $l_2 = 300$ км.	1.0	1	
3.3	Найдена протяженность третьего участка в километрах $l_3 = 150$ км.	1.0	1	

Шифр Ф-08-09-02

$\sum$	9

8-Т2. Сосуд с трубой

№	Пункт разбалловки	Балл	Пр	Ап
1.1	Записано условие покоя поплавка $mg + T = \rho ghS$	1.0	1	
1.2	Записано условие покоя поршня $T = \rho gHS_2$	1.0	1	
1.3	Найдена масса поплавка $m = \rho(hS - HS_2)$	1.0	1	
2.1	Использовано условие нерастяжимость нити: вертикальное смещение поплавка равно горизонтальному смещению поршня	1.0	1	
2.2	Обоснованно получено выражение $\Delta H = \frac{\Delta x\cdot(S-S_2)}{(S_1-S)}$ или аналогичное	4.0	0	
2.3	Правильно записано выражение для силы Архимеда, действующей на поплавок с грузом $F_{\text{Арх}} = \rho gS(h + \Delta H + \Delta x)$	2.0	2	
2.4	Записано условие покоя поплавка с грузом $(m + \Delta m)g + T' = F_{\text{Арх}}$	1.0	1	
2.5	Записано новое условие покоя поршня $T' = \rho g(H + \Delta H)S_2$	2.0	2	
2.6	Верно определена величина смещения смещение поршня $$\Delta x = \frac{\Delta m}{\rho}\frac{(S_1 - S)}{(S_1S - 2SS_2 + S_2^2)}.$$	1.0	0	
2.7	Обоснованно определено направление смещения поршня – влево	1.0	0	

Шифр Ф-08-09-02

$\sum$	6

8-Т3. Стол и ваза

№	Пункт разбалловки	Балл	Пр	Ап
1.1	Записано условие равновесия системы уравнение $(N+m)g = N_1 + N_2 + N_3$	1.5	0	
1.2	Записано правило моментов относительно одной оси $N_1 a = mgy + N_2 a + N_3 a$, или $N_1 \cdot 2a = mgy' + Mga$, или аналогичное	3.0	0	
1.3	Записано правило моментов относительно второй оси $N_3 a = mgx + N_1 a + N_2 a$, или $N_3 \cdot 2a = mgx' + Mga$ или аналогичное	3.0	0	
1.4	Записано условие не отрицательности силы реакции $N_1 \geq 0$	0.5	0	
1.5	Записано условие не отрицательности силы реакции $N_2 \geq 0$	0.5	0	
1.6	Записано условие не отрицательности силы реакции $N_3 \geq 0$	0.5	0	
1.7	Получено условие $y \leq -x$, или $y' \leq 2a - x'$, или аналогичное в другой СК	1.0	1	
1.8	Получено условие $y \geq -(1+\frac{M}{m})a = -\frac{6}{5}a$, или $y' \geq -\frac{M}{m}a = -\frac{a}{5}$, или аналогичное в другой СК	1.0	1	
1.9	Получено условие $x \geq -(1+\frac{M}{m})a = -\frac{6}{5}a$, или $x' \geq -\frac{M}{m}a = -\frac{a}{5}$, или аналогичное в другой СК	1.0	1	
2.1	Правильно указана область на столешнице с указанием границ	3.0	3	

Шифр Ф-08-09-02

$\sum$ 15

8-Т4. Потерянный график

№	Пункт разбалловки	Балл	Пр	Ап
1.1	Записано уравнение $P\tau = c\rho V_0(t - t_0)$	1.0	1	
1.2	Получено выражение $t(\tau) = t_0 + \frac{P}{c\rho V_0}\tau = t_0 + k_1\tau$	0.5	0,5	
1.3	Записано или получено уравнение $P\tau = c\rho(V_0 + V_{\text{дол}})(t - t_0)$	2.5	2,5	
1.4	Получено выражение $t(\tau) = t_0 + \frac{P}{c\rho(V_0+V_{\text{дол}})}\tau = t_0 + k_3\tau$	1.0	1.0	
1.5	Из анализа уравнений $t(\tau) = t_0 + \frac{P}{c\rho V_0}\tau = t_0 + k_1\tau$ и $t(\tau) = t_0 + \frac{P}{c\rho(V_0+V_{\text{дол}})}\tau = t_0 + k_3\tau$ сделан вывод, что прямые, описываемые этими уравнениями выходят из одной точки $(0,t_0)$	1.0	1.0	
1.6	Отрезки прямых на первом и третьем участках продолжены до пересечения, определена точка $\tau = 0$	1.0	1.0	
1.7	Верно восстановлена оцифровка оси времени (одна клетка соответствует 0,5 мин)	0.5	0,5	
1.8	Верно восстановлена оцифровка оси температур (одна клетка соответствует 10 °С)	0.5	0,5	
2.1	Указано, что угловые коэффициенты наклона прямых, описываемых уравнениями $t(\tau) = t_0 + \frac{P}{c\rho V_0}\tau = t_0 + k_1\tau$ и $t(\tau) = t_0 + \frac{P}{c\rho(V_0+V_{\text{дол}})}\tau = t_0 + k_3\tau$ обратно пропорциональны объёмам (массам) воды в чайниках	1.0	1.0	
2.2	Определено отношение угловых коэффициентов наклона прямых для первого и третьего участков	1.0	1.	
2.3	Определено, что $V_0 = 0{,}5$ л	1.0	1	
3.1	Определен момент времени (4 мин), когда чайник начнёт закипать (либо по графику, либо через рассчитанную мощность)	1.0	1	
4.1	Записано уравнение $P \cdot \Delta\tau = c\rho V_{\text{дол}}(t_1 - t_0)$ или аналогичное, позволяющее найти P	1.0	1	
4.2	Получено в общем виде $$P = \frac{c\rho V_{\text{дол}}}{\Delta\tau}(t_1 - t_0)$$	1.0	1	

4.3	Получен правильный числовой ответ для мощности $P = 1400$ Вт.	1.0	1	

ЗАДАЧА № 1	ЛИСТ 1 ИЗ 3 (листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	Ф-08-09-02 ШИФР (заполняется оргкомитетом)

1. Обозначим время движения на этом отрезке $\Delta t = t_2 - t_1$. Тогда скорость движения на нём $= \frac{S}{\Delta t}$. По условию, эта скорость равна скорости на первом отрезке, а эта скорость равна средней скорости на всём пути, значит (также весь путь можно найти как $S_1 + S_2 - S$, т.к. S_1 и S_2 это весь путь с отрезком S учтённым дважды):

$$\frac{S}{\Delta t} = \frac{S_1 + S_2 - S}{t} \Rightarrow \frac{S}{\Delta t} + \frac{S}{t} = \frac{S_1 + S_2}{t} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{S(\Delta t + t)}{\Delta t\, t} = \frac{S_1 + S_2}{t} \Rightarrow \frac{S(\Delta t + t)}{\Delta t} = S_1 + S_2$$

Отсюда выразим S:

$$S = (S_1 + S_2) \cdot \frac{\Delta t}{\Delta t + t}.$$

Подставим числовые значения:

$$S = (500\text{ км} + 250\text{ км}) \cdot \frac{(9ч - 6{,}5ч)}{(9ч - 6{,}5ч + 10ч)} =$$

$$= 750\text{ км} \cdot \frac{1}{5} \boxed{= 150\text{ км}}$$

+

2. Логично, что звонки от Глюка происходили на 2-м и 3-м участке пути (т.к. иначе средняя скорость не была бы равна V_1 из-за того, что часть пути Бяк ехал с этой скоростью, а другую часть либо со строго большей, либо со строго меньшей).

+

ЗАДАЧА № 1	ЛИСТ 2 из 3 (листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	Ф-08-09-01 ШИФР (заполняется оргкомитетом)

Значит, второй звонок на ~~втором~~ третьем участке пути. Также заметим, что ~~из~~ зная S_1, S_2 и S мы можем найти полное расстояние от города до деревни (обозначим L), а именно:

$$L = S_1 + S_2 - S = 750\,км - 150\,км = 600\,км.$$

(+)

Выходит, что после второго звонка Бигу оставалось проехать $L - S_2 = 100\,км$, ехал он их $t_3 - t_2 = 1ч$ с фиксированой скоростью V_3. Значит:

(+)

$$\boxed{V_3 = \frac{100\,км}{1ч} = 100\,км/ч.}$$

(+)

Зная весь путь Бига и все время движения, получаем среднюю скорость на всём пути (а значит и V_1):

$$\boxed{V_1 = \frac{L}{t} = \frac{600\,км}{10ч} = 60\,км/ч.}$$

Значит, $V_2 < V_3$ (т.к. надо, чтобы средняя скорость была 60 км/ч, иначе она больше), а тогда по условию:

$$\boxed{V_2 = \frac{V_3}{2} = 50\,км/ч}$$

ЗАДАЧА № 1	ЛИСТ 3 ИЗ 3 (листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	Ф-08-09-2 ШИФР (заполняется оргкомитетом)

3. Так как во время 1-го звонка Вас был на 2-м участке пути:

$$\frac{l_1}{V_1} + \frac{(L-S_1)-l_1}{V_2} = t_1 \Rightarrow \frac{l_1(V_1-V_2)}{V_1V_2} = \frac{(L-S_1)}{V_2} - t_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow l_1 = \left(\frac{(L-S_1)}{V_2} - t_1\right)\cdot\frac{V_1V_2}{V_1-V_2}.$$

Подставим числовые значения:

$$l_1 = \left(\frac{350\ км}{50\ км/ч} - 6{,}5\ ч\right)\cdot\frac{60\cdot 50\ км^2/ч^2}{10\ км/ч} = 0{,}5\ ч\cdot\frac{3000}{10}\ км/ч =$$

$$= 150\ км.$$

Из этого же следует:

$$\frac{l_3}{V_3} + \frac{S_1-l_3}{V_2} = (t-t_1) \Rightarrow \frac{l_3(V_3-V_2)}{V_2V_3} = \frac{S_1}{V_2} - t + t_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow l_3 = \left(\frac{S_1}{V_2} - t + t_1\right)\cdot\frac{V_2V_3}{V_3-V_2}.$$

Подставив числовые значения:

$$l_3 = \left(\frac{350\ км}{50\ км/ч} - 10\ ч + 6{,}5\ ч\right)\cdot\frac{50\cdot 100\ км^2/ч^2}{50\ км/ч} =$$

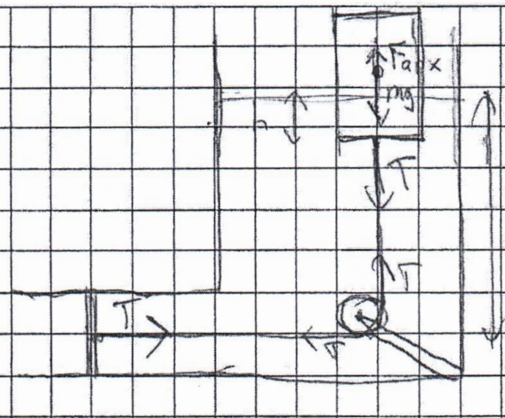
$$= 1{,}5\ ч\cdot 100\ км/ч = 150\ км.$$

Так как $L = l_1 + l_2 + l_3 \Rightarrow l_2 = L - l_1 - l_3 \Rightarrow$

$$\Rightarrow l_2 = 600\ км - 150\ км - 150\ км = 300\ км.$$

Ответ: 1. $S = 350$ км, 2. $V_1 = 60$ км/ч, $V_2 = 50$ км/ч, $V_3 = 100$ км/ч, 3. $l_1 = 150$ км, $l_2 = 300$ км, $l_3 = 150$ км.

ЗАДАЧА № 2	ЛИСТ 1 ИЗ 3 (листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	Ф-08-09-02 ШИФР (заполняется оргкомитетом)



1. Обозначим силу натяжения нити T, силу Архимеда, действующую на поплавок — $F_{арх}$. Тогда, запишем условие равновесия поплавка:

$$mg + T = F_{арх}.$$ (+)

Из закона Архимеда $F_{арх} = hS\rho_{ж} g \Rightarrow$ (+)

$$\Rightarrow mg + T = hS\rho_{ж} g. \quad (1)$$ (+)

Заметим, что поршень уравновешивает сила натяжения нити и давление воды и атмосферы действующие на него. Давление воды на высоте H (значит и то, которое в трубке) равно $H\rho g + p_{атм}$. Получается:

$$\frac{T}{S_2} + p_{атм} = H\rho g + p_{атм} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T = S_2 H\rho g$$ (+) ($p_{атм}$ — атмосферного давления)

Подставив это в (1) получим:

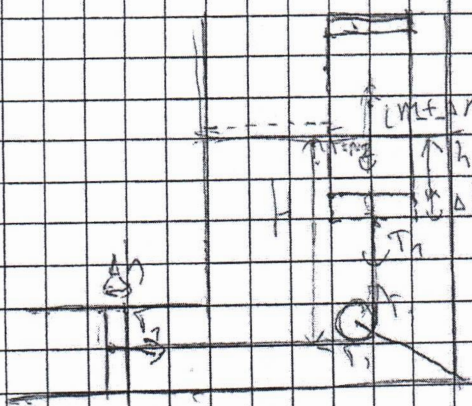
$$mg + S_2 H\rho g = hS\rho g \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{m = -(HS_2 - hS)\cdot\rho} = (hS - HS_2)\cdot\rho$$ (+)

ЗАДАЧА № 2	ЛИСТ 2 ИЗ 3 (листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	Ф-08-09-02 ШИФР (заполняется оргкомитетом)

2. Так как поплавок стал тяжелее, он должен был переместиться вниз. Обозначим расстояние, на которое он ~~погрузился~~ переместился — Δh. Тогда он выталкивает ещё больше воды (дополнительные $\Delta h \cdot S$) ~~(...)~~, а поршень должен был переместиться влево на Δh (из-за натяжения нити)

?



Тогда уровень воды в сосуде увеличивается на $\frac{\Delta h \cdot S}{S_1 - S}$!? Обозначим новую силу натяжения нити T_1. ~~Тогда уровень~~ давление воды у поршня равно $\left(H + \frac{\Delta h \cdot S}{S_1 - S}\right) \cdot \rho g + p_{атм} = \left(\frac{T_1}{S_2}\right) + p_{атм}$

$$\Rightarrow T_1 = H S_2 \rho g + \frac{\Delta h \cdot S \cdot S_2}{S_1 - S} \cdot \rho g$$

ΔH

Новая сила Архимеда, действующая на поплавок:

$$F_{арх2} = (h + \Delta h + \frac{\Delta h \cdot S}{S_1 - S}) \cdot S \cdot \rho g$$

ΔH

Из равновесия поплавка:

$$(m + \Delta m) g + T_1 = F_{арх2} \Rightarrow$$ (+)

ЗАДАЧА № 2	ЛИСТ 3 ИЗ 3 (листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	Ф-08-09-02 ШИФР (заполняется оргкомитетом)

$$\Rightarrow (m+\Delta m)g + HS_2\rho g + \frac{\Delta h S\cdot S_2}{S_1-S}\rho g =$$

$$= hS\rho g + \Delta h\left(\frac{S}{S_1-S}+1\right)\cdot S\rho g \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta h\left(\frac{S\cdot S_2}{S_1-S} - \frac{S\cdot S}{S_1-S} - S\right)\rho \cancel{g} = hS\rho - HS_2\rho - m - \Delta m \Rightarrow$$

$$\cancel{\Rightarrow \Delta h\left(\frac{S(S_2-1)}{S_1-S}-1\right)\rho = -m-m-\Delta m \Rightarrow}$$

$$\cancel{\Rightarrow \Delta h = \frac{\Delta m}{\rho\left(1-\frac{S(S_2-1)}{S_1-S}\right)}}$$

$$\Rightarrow \Delta h\left(\frac{S\cdot(S_2-S)}{S_1-S} - S\right)\rho = -m-m-\Delta m \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta h\left(S\left(1+\frac{S-S_2}{S_1-S}\right)\right)\rho = \Delta m \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta h = \frac{\Delta m}{S\rho\left(1+\frac{S-S_2}{S_1-S}\right)}}$$

Ответ: 1. $m = (hS - HS_2)\rho$, 2. $\Delta h = \frac{\Delta m}{S\rho\left(1+\frac{S-S_2}{S_1-S}\right)}$

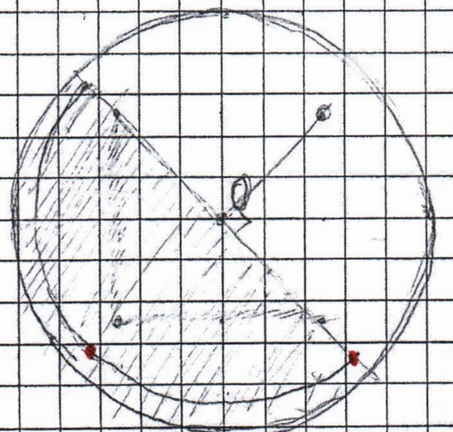
ЗАДАЧА № 3	ЛИСТ 1 ИЗ 3 (листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	Ф-08-09-02 ШИФР (заполняется оргкомитетом)

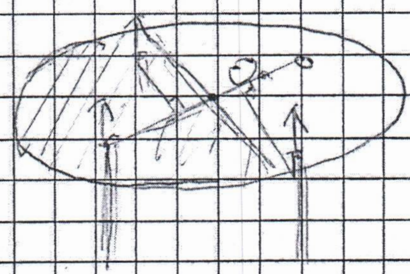
1. Да, существует. Для начала поймём, как ведёт себя центр масс столешницы вместе с вазой. Центр масс самой столешницы находится в её центре, вазу для простоты можно представить просто как точку с массой 5M. Тогда, если соединить центр столешницы с этой точкой (теперь центр столешницы это O, а ваза – V) отрезком OV и отметить т. K такую, что OK : KV = 5 : 1, то т. K и будет центром масс столешницы (так как тогда для него полностью выполняется правило моментов и т.д.). Отсюда и ясно, ~~что если, например~~ что любое V на стол однозначно задаёт K (вазу мы можем двигать, а O – нет), а по K можно однозначно восстановить V (если K лежит в окружности с центром O и ~~диаметра~~ радиусом $\frac{5}{6} \cdot 2a = \frac{5}{3}a$, иначе V выходит за пределы стола). Расстояние от O до ~~любой целой ножки стола — $\sqrt{8a^2} = 2a\sqrt{2}$~~ ~~середины отрезка между какими-то 2мя соседними целыми опорами (если K лежит там, то сила к сломанной ножке не прикладывается)~~

ЗАДАЧА № 3	ЛИСТ 2 ИЗ 3 (листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	Ф-08-09-02 ШИФР (заполняется оргкомитетом)

~~равна $\frac{\sqrt{2}}{2}a$, что меньше чем~~ Любой из целых ножек равно $\frac{\sqrt{4a^2+4a^2}}{2} = \frac{\sqrt{8a^2}}{2} = \sqrt{2}a < \frac{5}{3}a$, а значит мы можем поставить V так, чтобы K было в одной из целых опор, а тогда сила будет оказываться только на эту опору.

2.



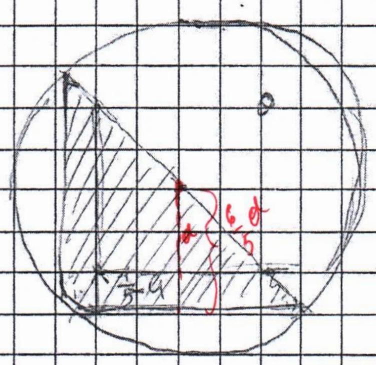


(тут просто ограничиваем ≠ 1, будет №2 ещё)

Заштрихована та сектор, в котором может находиться V (если бы на поломанную ножку было давление, то убрав её стол бы опрокинулся. Это верно для тех V, которые лежат в незаштрихованной области, для заштрихованной стол остается в равновесии) (потому что в первом случае моменты сил реакций опоры всегда будут положительные (рассматривая ~~правило моментов относительно K~~), K лежит в той же области, что и V), всегда будут отрицательные и не смогут в сумме быть равны 0 ~~а ещё нельзя, чтобы из-за вазы все упало~~ (см. рисунок))

ЗАДАЧА № 3	ЛИСТ 3 ИЗ 3 (листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	Ф-08-09-02 ШИФР (заполняется оргкомитетом)

Также нельзя, чтобы (ограничиваем № 4) из-за вазы стол упал в другую сторону, поэтому нам нужны V, при которых K лежит внутри квадрата. Значит, подходит только область



$\frac{1}{5}a$

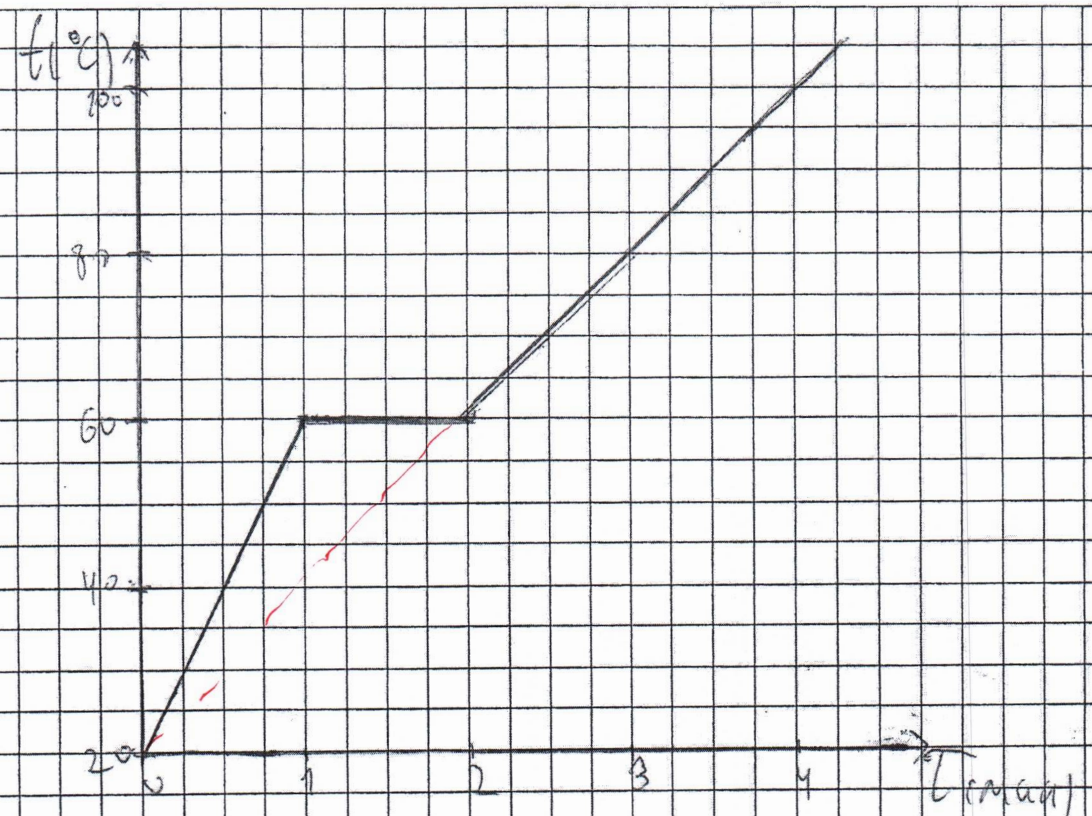
ЗАДАЧА № 4	ЛИСТ 1 ИЗ 3 (листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	Ф-08-09-02 ШИФР (заполняется оргкомитетом)

1. Выделим 3 части графика, соответствующие 3-м последовательным прямым. На второй температура не меняется, а значит это тот момент, когда Глюк доливал воду. Значит первая прямая отвечает за нагрев воды без долитого $V_{дол}$, третья – за нагрев с долитым $V_{дол}$. Заметим, что если бы Глюк долил $V_{дол}$ не в Δt, а сразу, когда ставил чайник, то энергия, получаемая водой, никак бы не изменилась, а значит прямая зависимости все равно пришла бы в имеющуюся третью прямую. Значит и первая и третья прямая пересекают точку (t_0, t_0), а тогда чтобы найти эту точку и восстановить график достаточно продлить эти прямые до пересечения.

Так и сделаем (см. график на следующем листе) (для удобства растянем по клеточкам график в 2 раза)

+

ЗАДАЧА № 4	ЛИСТ 2 ИЗ 3 (листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	Ф-08-09-02 ШИФР (заполняется оргкомитетом)



2. Заметим, что исходя из графика после доливания $V_{дол}$, скорость нагрева воды упала ровно в 2 раза. Выходит, так как мощность плиты не изменилась, вес воды увеличился в 2 раза (т.к. скорость нагрева зависит только от P, $C_в$ и массы воды, P и $C_в$ – const). Вес воды прямо пропорционален её объему, значит объем воды с доливанием $V_{дол}$ увеличился в 2 раза, а значит

$$\boxed{V_0 = V_{дол} = 0{,}5\ л}$$

ЗАДАЧА № 4	ЛИСТ 3 ИЗ 3 (листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	Ф-08-09-02 ШИФР (заполняется оргкомитетом)

3. Из графика отлично видно, что чайник начал бы кипеть в момент времени 4 мин (через 4 минуты после включения) (т.к. после того, как Глюк перестал лить воду, в скорости нагрева ничего не менялось)

4. Рассмотрим промежуток времени длительностью $\Delta\tau_1 = 1$ мин, когда Глюк заливал воду в чайник. Температура воды оставалась неизменной $= 60°C$, а это означает, что вся мощность плиты уходила на то, чтобы нагреть долитую воду ровно до $60°C$ с $20°C$, а значит, так как за 1 минуту энергия, отданная плитой $= P\Delta\tau_1$

$$P\cdot\Delta\tau_1 = V_{дол}\cdot\rho\cdot c\cdot(t_1 - t_0) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P = \frac{V_{дол}\cdot\rho\cdot c\cdot(t_1 - t_0)}{\Delta\tau_1}$$

Подставим числовые значения:

$$P = \frac{0{,}5\,л\cdot 1000\,кг/м^3\cdot 4200\,Дж/кг°C\cdot 40°C}{1\,мин} =$$

$$= \frac{0{,}5\,кг\cdot 4200\,Дж/кг\cdot 40}{1\,мин} = 84000\,Дж/мин =$$

$$= 84\,кДж/мин.$$

Ответы: 1: см. график, 2. $V_0 = 0{,}5\,л$, 3: через 4 мин, 4. 84 кДж/мин