

11.1	11.2	11.3	11.4	11.5	Σ
7	4	X	0	0	1 балл

ЗАДАЧА № 11.1	ЛИСТ 1 ИЗ 1	11-11-08-1
	(листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	ШИФР (заполняется оргкомитетом)

Пусть первое число $= n$; тогда у нас получается ряд чисел.

$$n, n+1, n+2, n+3, n+4, n+5. (n \in \mathbb{N})$$

Обозначим их ~~по~~ номерами согласно их порядку.

$$n_1 = n; n_2 = n+1, n_3 = n+2; n_4 = n+3; n_5 = n+4, n_6 = n+5$$

заметьте, что если складывать n_2 и n_5 , а также

n_3 и n_4 будут получаться одинаковые значения.

$$n_2 + n_5 = n+1 + n+4 = 2n+5 \quad n_3 + n_4 = n+2 + n+3 = 2n+5$$

~~Рассмотрим~~ Рассмотрим значение выражения

$$\frac{n_1}{n_2 + n_5} + \frac{n_6}{n_3 + n_4} = \frac{n}{2n+5} + \frac{n+5}{2n+5} = \frac{2n+5}{2n+5} = 1$$

1 - является натуральным числом

Мы можем обозначить

$$n_1 = n \text{ за } a; n_2 = n+1 \text{ за } b; n_5 = n+4 \text{ за } c; n_6 = n+5 \text{ за } d;$$

$$n_3 = n+2 \text{ за } e; n_4 = n+3 \text{ за } f.$$

Тогда

$$\frac{a}{b+c} + \frac{d}{e+f} = 1, \quad 1 \in \mathbb{N} - \text{чтд.}$$

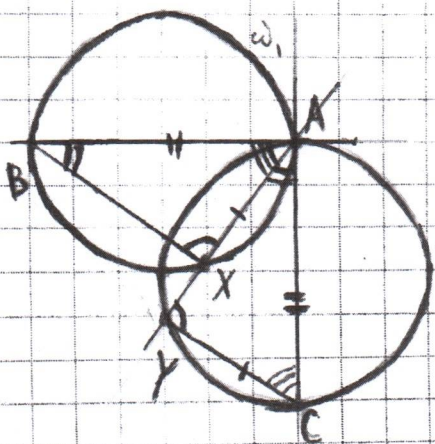
ЗАДАЧА № 11. 2

ЛИСТ 1 ИЗ 1

4-11-08-1

(листы по каждой задаче
нумеруются отдельно)

ШИФР (заполняется оргкомитетом)



Док-во

1) $\angle BAC = \frac{1}{2} \cup AC$ (с-ва $\angle$ между хордой и кас. (AB))

2) $\angle BAC = \frac{1}{2} \cup AB$ (с-ва $\angle$ между хордой (AB) и кас. (AC))

3) $\left. \begin{array}{l} \cup AB = \cup AC \\ \cup AB = \cup AC \\ \cup AB = \cup AC \end{array} \right\} \Rightarrow AB = AC$

4) $\triangle AXB$ и $\triangle AYC$ построим $\angle AXB = \frac{1}{2} \cup AB$
 $\angle AYC = \frac{1}{2} \cup AC$
 $\angle AXB = \angle AYC$

5) $\angle CAU = \frac{1}{2} \cup AX$ ($\angle$ между кас. (AC) и хордой (AX) (часть AY))

6) $\angle CAU = \frac{1}{2} \cup UC$ (анал.)

7) $\left. \begin{array}{l} \cup UC = \cup AX \\ \cup UC = \cup AX \end{array} \right\} \Rightarrow AX = UC$

8) $\angle ABX = \frac{1}{2} \cup AX$ (анал.)
 $\angle CAU = \frac{1}{2} \cup AX$ ($\angle$ между хордой и кас.)

9) $\triangle ABX$.
 $\angle BAX = 180^\circ - \angle ABX - \angle AXB$
 $\angle CAU = \frac{1}{2} \cup AX$ ($\angle$ между хордой и кас.)

10) $\triangle AYC$.
 $\angle ACU = 180^\circ - \angle CAU - \angle AYC$

11) $\triangle BAX = \triangle AYC$ (по 2 ст. $\angle BAX = \angle CAU$; $\angle AXB = \angle AYC$) и $\angle$ между хордой и кас. $\angle BAX = \angle CAU$

$AY = BX$; $AB = AC$; $AX = UC$.

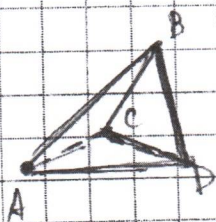
12) $BX = AY$
 $AY = AX + XY$ $\Rightarrow BX = AX + XY$

13) $BX = AX + XY$
 $AX = CY$ $\Rightarrow BX = CY + XY$ (12).

ЗАДАЧА № 11. 5	ЛИСТ 1 ИЗ 2	М-11-08-1
	(листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	ШИФР (заполняется оргкомитетом)

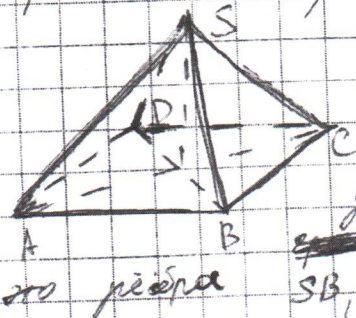
Вершин в этом многограннике может быть 4, ~~то~~ этим многогранником может являться любая треугольная пирамида.

Объяснение: в любом многограннике существуют пересекающиеся плоскости. В случае треугольной пир. это 2 треугольника



• Если ребра AB и AC окрашены в красный цвет, то в вершину A - входит 2 кр. ребра, в грани ABC - больше не может быть кр. ребер, в грани ACD - мы можем окрасить ребро CD , тогда в вершину C - входит 2 красн. ребра, в грани BCD ~~приведет~~ ~~к~~ окрасим BD в красный цвет, тогда в вершине B, D - входят 2 кр. ребра, и выполн. усл. в грани не более 2 красных ребер.

Рассмотрим многогранник со следующим числом вершин = 5, ~~то~~ четырехгранный пир.



• Если ребра AB и AD - закрашены, то в вершину A входит 2 красных ребра, и в грани $ABCD$ ~~тогда~~ ~~тогда~~ другие ребра уже не могут быть закрашены. Единственные ~~тогда~~ ~~тогда~~ ребра, которые могут быть закрашены, это ребра SB, SD, SC только так выполняется условие, что в каждой грани не более 2 закрашенных ребер, то тогда в вершину C - входит только 1 закрашенное ребро $\Rightarrow$ при количестве вершин равном 5 многогранник уже не может быть так окрашен.

ЗАДАЧА № <u>11</u> . <u>5</u>	ЛИСТ <u>1</u> ИЗ <u>2</u>	<u>М-11-08-01</u>
	(листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	ШИФР (заполняется оргкомитетом)

В многогранниках с большим числом вершин, также
невозможно соблюсти все условия указанные в задаче.

11.6	11.7	11.8	11.9	11.10	≤ 2
7	0	x	2	0	98

Итого: 11+9=20 баллов

ЗАДАЧА № 11. 6	ЛИСТ 1 ИЗ 1.	M-11-09-2
	(листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	ШИФР (заполняется оргкомитетом)

$m > n > 1$. Если $m, n, m+n, m-n$ будут иметь один общий делитель отличный от числа

Если числа m, n имеют вид kP , где $k \in \mathbb{Z}, k < P$, P — простое число

$m = k_1 P, n = k_2 P$, при этом $k_1, k_2 > 0; k_1 + k_2 < P$

одной из таких пар. являются $m = 55, n = 22$.

$m = 55 (k_1 = 5; P = 11)$

Делители: 1, 5, 11, 55 — интересный нас делитель 11 (онд. отличн. от числа).

$n = 22 (k_2 = 2; P = 11)$

Делители: 1, 2, 11, 22 — наибольший отличный от числа равен 11.

$m+n = 55+22 = 77$.

Делители: 1, 7, 11, 77 — наибольший отличный от числа равен 11.

$m-n = 55-22 = 33$

Делители: 1, 3, 11, 33 — наибольший отличный от числа равен 11.

11.

⇓

Да, существуют, например, $m = 55, n = 22$.

ЗАДАЧА № 11. 10	ЛИСТ 1 ИЗ 4	M-11-09-2
	(листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	ШИФР (заполняется оргкомитетом)

~~a > 0~~ ~~b > 0~~ ~~c > 0~~

$$a > 0 \quad a+b+c = 3$$

$$b > 0$$

$$c > 0$$

Пусть $a=1; b=1; c=1$; данные значения ~~выполняют~~ удовлетворяют заданным условиям

$$\frac{a}{b^4+2b} + \frac{b}{a^4+2a} + \frac{c}{a^4+2a} = \frac{1}{1^4+2 \cdot 1} + \frac{1}{1^4+2 \cdot 1} + \frac{1}{1^4+2 \cdot 1} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} =$$

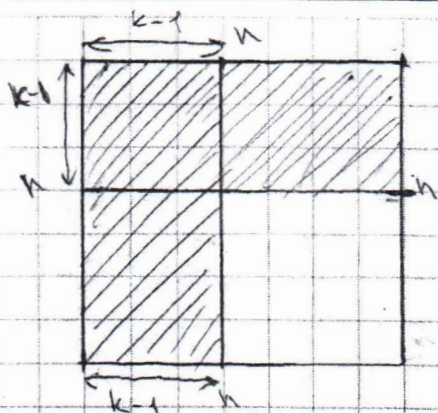
$$= 1$$

$$1 \geq 1 - \text{ЧТО}$$

При равных значениях a, b, c выражение будет иметь наименьшее значение, а при изменении ~~будет~~ a, b, c будет увеличиваться. Например, при комбинации $a=1,7; b=0,5; c=0,8$ уже первое слагаемое будет больше единицы

$$\frac{a}{b^4+2b} = \frac{1,7}{(0,5)^4+2 \cdot 0,5} = \frac{1,7}{1,0625} > 1, \text{ а т.к. послед. слагаемые также } \geq 1$$

Все выражение будет больше 1



$$n > k \geq 2.$$

Т.к. в каждом ряду закрашенные клетки в ряду идут подряд, то в каждой из 2 сторон ~~есть~~ есть сплошные закрашенные линии, проведенные "уголком".

Т.к. нет углов закрашенного квадрата $k \times k \Rightarrow$ значит максимальная ширина этих линий равна $k-1$ (кол-во клеток - целое число). Другие клетки закрасить не-

возможно т.к. тогда или образуется квадрат $k \times k$ или

~~если~~ ~~линии~~ ~~к~~ закрашенные клетки не идут подряд, тогда

$$N_{\text{закр}} = \cancel{k} (k-1) \cdot n + (n - (k-1)) \cdot (k-1) = (k-1) (n + n - k + 1) =$$

$$= (k-1) (2n - k + 1).$$

Пусть иррациональное число $a = \frac{k}{\sqrt{x}}$; $a \cdot b = \frac{n}{\sqrt{y}}$

$$\frac{ab}{a-b} = \frac{\frac{k}{\sqrt{x}} \cdot \frac{n}{\sqrt{y}}}{\frac{k}{\sqrt{x}} - \frac{n}{\sqrt{y}}} = \frac{\frac{kn}{\sqrt{xy}}}{\frac{k}{\sqrt{x}} - \frac{n}{\sqrt{y}}}$$

умножим выражение на $\left(\frac{k}{\sqrt{x}} + \frac{n}{\sqrt{y}}\right)$

$$\frac{kn}{\sqrt{xy}} \left(\frac{k}{\sqrt{x}} + \frac{n}{\sqrt{y}}\right) = \frac{kn}{\sqrt{xy}} \left(\frac{k}{\sqrt{x}} + \frac{n}{\sqrt{y}}\right) \cdot \frac{\left(\frac{k}{\sqrt{x}} + \frac{n}{\sqrt{y}}\right)}{\left(\frac{k}{\sqrt{x}} + \frac{n}{\sqrt{y}}\right)} = \frac{xy \left(\frac{k}{\sqrt{x}} + \frac{n}{\sqrt{y}}\right) \cdot \frac{kn}{\sqrt{xy}}}{k^2 y - n^2 x}$$

$$= \frac{kn \sqrt{xy} \cdot \left(\frac{k}{\sqrt{x}} + \frac{n}{\sqrt{y}}\right)}{k^2 y - n^2 x}$$

$$\frac{k^2 \sqrt{y} + kn \sqrt{x}}{k^2 y - n^2 x}$$

$$\frac{k^2 \sqrt{y} + kn \sqrt{x}}{k^2 y - n^2 x}$$

итоговое значение не будет иррац.
т.е.