7 баллов Богд-

ЗАДАЧА № 1	ЛИСТ 1 ИЗ 1 (листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	9-06-01 ШНФР (заполняется оргкомитетом)

Задание N 1

Рассмотрим квадрат со стороной l

Его площадь равна l^2.

Обратим внимание, что ~~для~~ для построения квадрата можно использовать только прямоугольники длиной $\leq l$, т. к. иначе сторона квадрата будет вынуждена стать больше чтобы вместить в себя его, а это противоречит выбору. То, есть мы можем использовать прямоугольники длиной ~~от~~ $1, 2, \ldots, (l-1), l$.

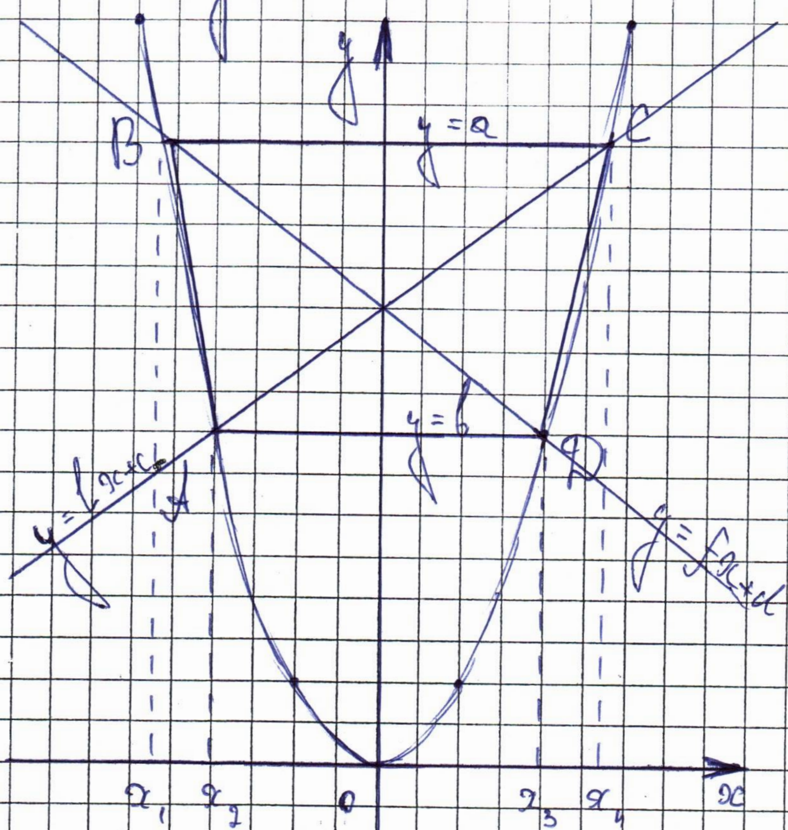
Обратим внимание, что нам необходимо выложить l^2 клеток имея $1+2+\ldots+(l-1)+l$.

Сравним эти значения: $l^2 > 1+2+\ldots+(l-1)+l$, т. к. нам необходимо выложить l рядов по l клеток, а у нас в распоряжении l прямоугольников, каждый из которых содержит меньше l клеток, за исключением 1, но данный случай выпадает из-за условия, что квадрат должен иметь площадь большую чем одна клетка, значит составить необходимый квадрат нельзя.

2 балла Берд-

ЗАДАЧА № 2.	ЛИСТ 1 ИЗ 2 (листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	9-06-01 ШПФР (заполняется оргкомитетом)

Задание N 2



~~$BC = x_1 x_2$~~

$BC = x_4 - x_1$

$AD = x_3 - x_2$

$(x_4 - x_1) \cdot (x_3 - x_2) = k$

$x_3 = -x_2$; $x_4 = -x_1$

т. к.

~~Обозначим, точнее выразим через формулу, то есть~~

~~зададим формулой прямые проходящие через точки B и C, A и D:~~ ~~$y = k'x + a = a$~~ ~~$y = k'x + b = b$~~ ~~из условия !!~~ ~~при абсцисс~~

~~Запишем условие пересечения~~

ЗАДАЧА № 2.	ЛИСТ 2 ИЗ 2 (листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	9-06-01 ШИФР (заполняется оргкомитетом)

Далее зададим формулами прямые проходящие через точки B и D, A и C соответственно, то есть прямые, на которых лежат диагонали.

$y = lx + c$ (проходит через A и C)

$y = fx + d$ (проходит через B и D)

Запишем условия их пересечения с параболой.

$lx + c = x^2$ $\qquad$ $fx + d = x^2$ $\qquad$ Запишем Т. Виета:

$x^2 - lx - c = 0$ $\qquad$ $x^2 - fx - d = 0$

$l = x_2 + x_4$ $\qquad$ $f = x_1 + x_3$

$c = -(x_2 x_4)$ $\qquad$ $d = -(x_1 x_3)$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow l = f$, т.к. $x_3 = -x_2$; $x_4 = -x_1$

$x_2 + x_4 = x_1 + x_3$

а $c = -d$, т.к. $x_3 = -x_2$; $x_4 = -x_1$

$-x_2 x_4 = -x_1 x_3$

Запишем условие пересечения прямых $y = lx + c$ и $y = fx + d$

$lx + \cancel{c} = fx + d$

$(x_2 + x_4)x - x_2 x_4 = (x_1 + x_3)x - x_1 x_3$

2 балла [подпись]

ЗАДАЧА № 3	ЛИСТ 1 ИЗ 3 (листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	9-06-01 ШШФР (заполняется оргкомитетом)

Задание №3.

Отметим тот факт, что проиграть игрок можно лишь однажды, т.к. проигравшие „выбывают".
Игроки команды А утверждали, что:
„Проиграли лжецу". Тогда рыцари из А один раз проиграли лжецу из команды В, а при встрече с рыцарем из команды В всегда выигрывали, иначе бы они один раз проиграли рыцарю и не смогли бы проиграть лжецу. Аналогичный ход мысли с лжецами из команды А. Они соврали, когда высказали утверждение выше, значит они однажды проиграли рыцарю и всегда выигрывали при встрече с лжецами из команды В.
Запишем полученные данные в виде схемы:

Команда А   Команда В

○   ○

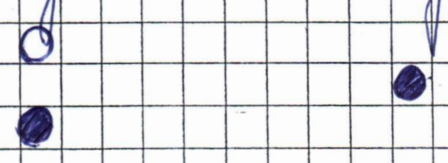
●   ●   где ○ - рыцарь, ● - лжец

Далее рассмотрим игроков команды В, которые утверждали, что: „Каждый хотя бы два раза выиграл у рыцарей".

ЗАДАЧА № 3.	ЛИСТ 2 ИЗ 3 (листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	9-06-01 ШИФР (заполняется оргкомитетом)

Заметим, что рыцарь команды В не мог этого сказать, потому что это ложь, т. к. все рыцари из команды А проигрывали только лжецам, и соответственно выигрывали у рыцарей из команды В. Значит команда В состоит только из лжецов. Все они соврали, произнося утверждение: „Я выиграл хотя бы у двух рыцарей". Значит каждый лжец команды В выиграл не более 1 раза у рыцаря из А. Запишем как выглядит картина игры сейчас.

Команда А   Команда В



при этом ● А ~~●~~ В (по ранее доказанному)

Лжецы из команды В не могут победить лжецов из А, значит каждый раз при встрече лжецов А и лжецов В, последние будут проигрывать, не смотря на возможность выиграть у рыцарей, если существует хотя бы один лжец в А. Однако возможен случай, когда в А не будет лжецов, будут только рыцари.

ЗАДАЧА № 3	ЛИСТ 3 ИЗ 3 (листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	9-06-01 ШИФР (заполняется оргкомитетом)

В таком случае надо обратить внимание на условие, что игроков в А больше чем в В и доказанный ранее факт того, что ~~рыц~~ лжецы из В могут победить не более одного рыцаря из А, а т.к. последних больше, лжецы из В проиграют.

Значит и в том случае когда есть лжецы в А, и в том когда их нет, команда А будет побеждать команду В.

Ответ: Команда А победит.

5 баллов Богд/-

ЗАДАЧА № 9.6	ЛИСТ 1 ИЗ 1 (листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	9-06-02 ШШФР (заполняется оргкомитетом)

Запишем условие задачи, обозначив числа, написанные на доске за $x_1, x_2, \ldots, x_7$, а записанные в тетради различные произведения за a, b, c, d.

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 = 10$; $x_1 \neq x_2 \neq x_3 \neq x_4 \neq x_5 \neq x_6 \neq x_7$

$x_1 \cdot (x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6) = x_1 \cdot (10 - x_1) = a$

$x_2 \cdot (10 - x_2) = b$ $\qquad x_5 \cdot (10 - x_5) = a$

$x_3 \cdot (10 - x_3) = c$ $\qquad x_6 \cdot (10 - x_6) = b$

$x_4 \cdot (10 - x_4) = d$ $\qquad x_7 \cdot (10 - x_7) = c$

Т.к. различных только 4 произведения, а всего их 7, то 3 произведения равны 3 другим.

Запишем равенство:

$x_1 \cdot (10 - x_1) = x_5 \cdot (10 - x_5)$

$10x_1 - x_1^2 = 10x_5 - x_5^2$

$10x_1 - 10x_5 = x_1^2 - x_5^2$

$10\cancel{(x_1 - x_5)} = \cancel{(x_1 - x_5)} \cdot (x_1 + x_5) \;|:(x_1 - x_5)$ т. к. $x_1 \neq x_5$ по условию были записаны различные числа, значит $x_1 - x_5 \neq 0$, делить можно.

$10 = x_1 + x_5$

$x_1 + x_5 = 10$

Аналогичный ход решения со значениями x_2 и x_6, x_3 и x_7.

Тогда $x_1 + x_5 = x_2 + x_6 = x_3 + x_7 = 10 \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 + x_5 + x_6 + x_7 = 30$

$x_4 = (x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7) - (x_1 + x_2 + x_3 + x_5 + x_6 + x_7) =$

$= 10 - 30 = -20$

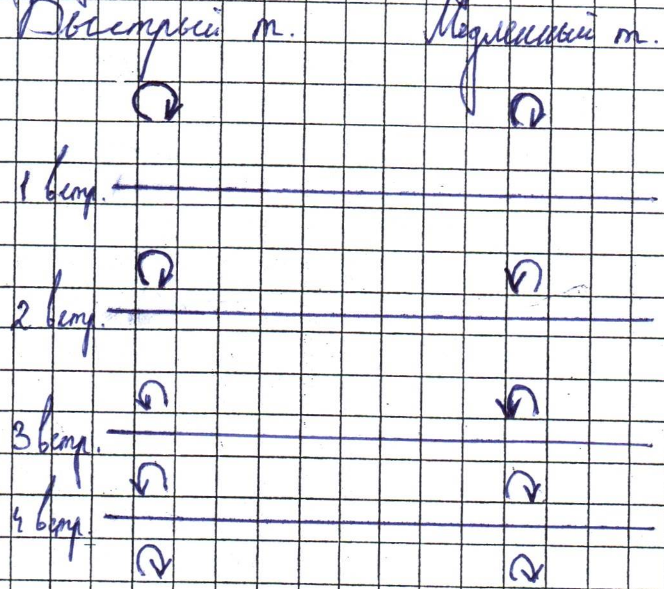
Одно из чисел равно -20.

7 баллов – Богд

ЗАДАЧА № ~~2~~2.7	ЛИСТ 1 ИЗ 3 (листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	9-06-02 ШИФР (заполняется оргкомитетом)

Задание N 2

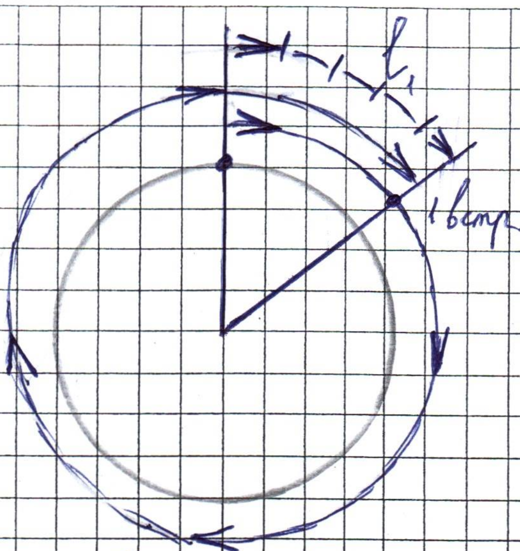
Для начала рассмотрим направления движения 2 тараканов до 4 встречи включительно. В начале тараканы стартуют и бегут в одну сторону, допустим по часовой стрелке.



Когда быстрый догнал медленного он (медленный) развернулся и пошёл против часовой. При 2 встреча они встретились лицом к лицу и быстрый также развернулся и побежал против часовой. Далее, при 3 встрече быстрый догнал медленного, значит последний развернулся и побежал по часовой. Затем, при 4 встрече лицом к лицу быстрый развернётся и побежит вместе с медленным по часовой стрелке, как это было в начале. Цикл.

Далее посмотрим на расстояния и скорость тараканов.

ЗАДАЧА № 7	ЛИСТ 2 ИЗ 3	9-06-02
	(листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	ШПФР (заполняется оргкомитетом)

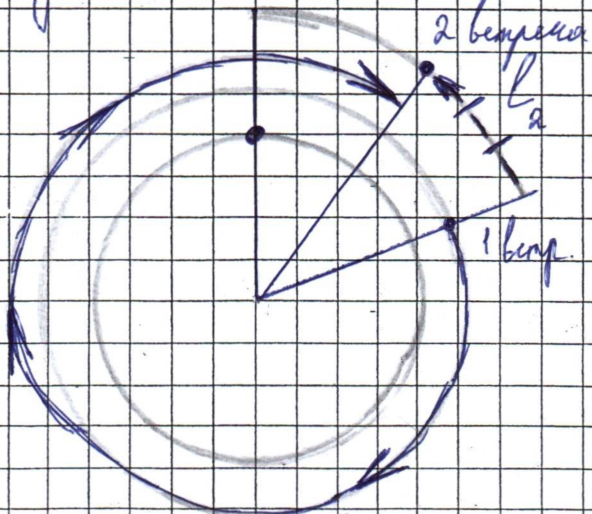


Пусть L - длина всей окр, а l_1 - расстояние, которое пробежал до встречи с быстрым медленный таракан.

Тогда быстрый таракан должен был пробежать $L + l$ чтобы

— быстрый —/—/— медленный

догнать медленного. При этом его относительная скорость по отношению к медленному равна $\frac{L+l_1}{t} - \frac{l_1}{t} = \frac{L}{t}$. Это верно, когда тараканы начинают бежать из одной точки в одном направлении.



Далее тараканы бегут в разных направлениях. Пусть l_2 - расстояние, пройденное до встречи с быстрым. Тогда быстрый должен пробежать $L - l_2$ до встречи с медленным. Это верно, когда тараканы бегут в разных направлениях.

ЗАДАЧА № 7	ЛИСТ 3 ИЗ 3 (листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	9-06-02 ШШФР (заполняется оргкомитетом)

Далее посмотрим какое расстояние пробежал быстрый таракан до 4 встречи.

1 встреча (↻ - б.; ↻ - м.) - Быстрый пробежал $L+l_1$, т.к. тараканы бежали в одном направлении.

2 встреча (↻ - б.; ↺ - м) - Быстрый пробежал $L-l_2$, т.к. бежали в разных направ.

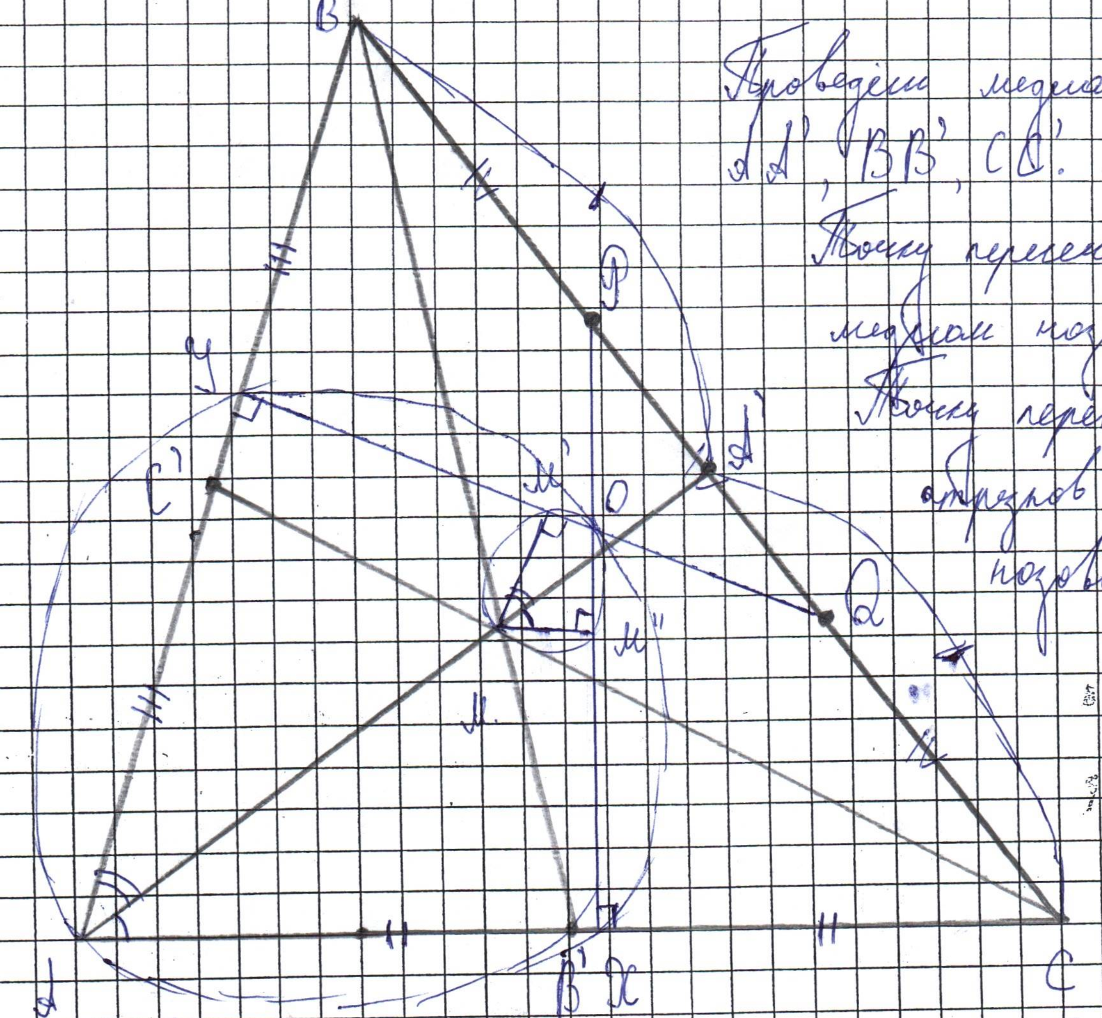
3 встреча (↺ - б.; ↺ - м.) - Пробежал $L+l_1$, т.к. бежали в одном направлении, но фактически он двигался в обратном направлении: $-L-l_1$

4 встреча (↺ - б.; ↻ - м.) - Пробежал $L-l_2$ т.к. бежали в разных направлениях, но фактически двигался в обратном направлении $-L+l_2$.

Сложим все расстояния: $L+l_1+L-l_2-L-l_1-L+l_2=0$, и т.к. перед нами цикл, то каждую четвертую встречу быстрый встречается с медленным в отмеченной точке, а т.к. 100 : 4, то на сотую встречу они будут находиться на самой отмеченной точке, то есть на расстоянии в 0 м.

0 баллов — Богд

ЗАДАЧА № ~~3~~9.8	ЛИСТ 1 ИЗ 2 (листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	9-06-02 ШИФР (заполняется оргкомитетом)



Проведём медианы AA', BB', CC'.
Точку пересечения медиан назовём т. M.
Точку пересечения отрезков YQ и PX назовём т. O

Из точки пересечения медиан опустим высоты MM' и MM'' на отрезки YQ и PX соответственно. Отметим, что точки M, M', M'' и O лежат на одной окружности т. к. противоположные углы $MM'O$ и $MM''O$ равны по $90°$. Отметим, что MO - является диаметром т. к. на него опираются прямые вписанные углы. Также отметим, что точки A, Y, O, X лежат на одной окружности т. к. $\angle\angle$ углы $\angle AYO = \angle AXO$

ЗАДАЧА № 338	ЛИСТ 2 ИЗ 2 (листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	9-06-02 ШИФР (заполняется оргкомитетом)

А сторона отрезок АО - диаметр этой окружности т. к. вписанные углы опирающиеся на него - прямые (дугу АО)

Далее заметим, что отрезки ММ'' и АХ ∥, т. к. соответственные углы ∠АХМ'' = ∠ММ''О = 90° при сек. ОХ ⇒ ∠МАХ = ∠ОММ'' как н/л

Тоже самое с отрезками АУ и ММ', которые тоже ∥ т. к. соответственные углы ∠АУМ' = ∠ММ'О при сек. М'М.