

Имярек: da
Имярек:

$$\begin{aligned}
 a &= 108, & b &= 104, & c &= 102, & d &= 100 \\
 \frac{a+b}{2} &= \frac{108+104}{2} = 106, & \frac{a-c}{2} &= \frac{108-104}{2} = 2, & \frac{a-d}{2} &= \frac{108-100}{2} = 4, \\
 \frac{b+c}{2} &= \frac{104+102}{2} = 103, & \frac{b-d}{2} &= \frac{104-102}{2} = 1, & \frac{c-d}{2} &= \frac{102-100}{2} = 1, \\
 \frac{a+c}{2} &= \frac{108+102}{2} = 105, & \frac{a+d}{2} &= \frac{108+100}{2} = 104, & \frac{b+d}{2} &= \frac{104+100}{2} = 102, \\
 \frac{a+b+c+d}{4} &= \frac{108+104+102+100}{4} = 103.5
 \end{aligned}$$

ЗАДАЧА № 11. 2	ЛИСТ 1 ИЗ 3 (листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	М-11-8 ШИФР (заполняется оргкомитетом)
----------------	--	--

Пусть $x \geq 1$. Тогда:

$$2z > x^2 + y^2 \Rightarrow z^2 > \frac{x^2 + y^2}{2}$$

$$2z > x^2 + y^2$$

$$z > \frac{x^2 + y^2}{2}$$

Правая часть положительная или равна нулю, тогда левая часть строго положительная, так как больше правой. Значит, обе части можно возвести в квадрат, так как они обе не отрицательные:

$$z^2 > \frac{x^4 + 2x^2y^2 + y^4}{4}$$

Тогда:

$$2z > z^2 + x^2 \Rightarrow$$

$$2z > z^2 + x^2 > \frac{x^4 + 2x^2y^2 + y^4}{4} + x^2 \geq \frac{1 + 2y^2 + y^4}{4} + 1$$

$$8z > 1 + 2y^2 + y^4 + 4$$

$$y^4 + 2y^2 - 8z + 5 < 0$$

Корни Расщепления квадратного $f(y) = y^4 + 2y^2 - 8z + 5$.

Найдем все корни:

$$y^4 + 2y^2 - 8z + 5 = 0$$

Один из корней этого уравнения — 1.

Применим схему Коши $y^4 + 2y^2 - 8z + 5$ на

$y=1$ и получим $y^3 + y^2 + 3y - 5$. Один из корней.

получившаяся многочлена $y^3 + y^2 + 3y - 5$ также

1. Поделим $y^3 + y^2 + 3y - 5$ на $y - 1$ и получим

$y^2 + 2y + 5$. Получившаяся многочлена

$y^2 + 2y + 5$ нет корней, так как его дискриминант

$D = (-2)^2 - 4 \cdot 5 = 4 - 20 = -16 < 0$. Тогда,

$$y^4 + 2y^2 - 8y + 5 = (y - 1)^2 (y^2 + 2y + 5).$$

$$(y - 1)^2 (y^2 + 2y + 5) = 0 \quad | : (y^2 + 2y + 5) \neq 0$$

$$(y - 1)^2 = 0$$

$$y - 1 = 0$$

$$y = 1$$



$$f(0) = (0 - 1)^2 (0 + 0 + 5) = 1 \cdot 5 > 0$$

$$f(2) = (2 - 1)^2 (4 + 4 + 5) = 1 \cdot 13 > 0$$

значит $y \in \emptyset$, то есть, такая ситуация невозможна и $x < 1$

Если $y \geq 1$, то аналогично $2x > y^2 + z^2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow x^2 > \frac{y^4 + 2y^2 z^2 + z^4}{4}, \quad 2z > x^2 - y^2 \Rightarrow z^4 + 2z^2 - 8z + 5 < 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow z \in \emptyset, \text{ значит } y < 1$$

Если $z \geq 1$, то аналогично $2y > z^2 + x^2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow y^2 > \frac{z^4 + 2z^2 x^2 + x^4}{4}, \quad 2x > y^2 + z^2 \Rightarrow x^4 + 2x^2 - 8x + 5 < 0 \Rightarrow$$

ЗАДАЧА № 11.2	ЛИСТ 3 ИЗ 3 (листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	М-11-8 ШИФР (заполняется оргкомитетом)
---------------	--	--

$\Rightarrow x \in \mathbb{D}$, значит $z < 1$

Следовательно, каждое из чисел x, y, z меньше 1, что и требовалось доказать.

Ответ: 301 рубль

Оценка:

Докажем, что у Дании есть стратегия позволяющая оставить на доске не менее 99 монет. Разделим доску на сегменты 2×2 . Повернем доску так, чтобы одна из ее сторон размером 2 клетки оказалась слева и выдвинем в каждом сегменте левой столбик 2×1 . Стратегия такова: Дания должна двигать Данию не выдвигая из какого-то выделенного столбика монету если их там не менее 2, и если после хода Соми в каком-то из них будет 0 монет, то Дания должна двигать в этот столбик монету своим следующим ходом. Если же будет так, что в каком-то выделенном столбике будет по 1 монете и больше монет не будет, Дания должна подвинуть монету находящуюся в столбике у края доски и играть по той

те сиротки не успевае обращая внима-
ния на столбик у края. Если после этого
Соня сумеет заобрать монету и на
после возникнет ситуация, в которой
в каждом из 99 выделенных столбиков
будет по 1 монете и больше монет не
будет, то Даша должна подвешути
монету, которая находится в столбике
расположенном ближе всего к выделен-
ной столбик у края, который Даша
ближе не берет во внимание, в
сторону ближайшей стороны в 2 клетки
и играть по правилам сиротки не будя
во внимание столбик, из которого
ушла монета. Таким образом, на
столе всегда будет как минимум
99 монет, но если Соня не получит
более $2 \cdot 200 - 99 = 301$ рублей

Пример:

Выделенный столбик на рисунке так же,
как в рисунке. Если в каждом - по 1 монете

~~Если 1 монета~~ а во Если две монеты
находятся в одном столбце 2×1 перед
ходом Соны, она берет одну другую. Если
две монеты находятся в соседних
столбцах, то Соной ходом Соны двигают
монету в столбец другой монеты и
после хода Дании забирает эту монету
независимо от действия противника,
или сразу же забирает одну монету
другой. Если никакие две монеты не
находятся в двух соседних столбцах
или в одном, а на доске лежат 100,
то все они находятся в четных или
нечетных столбцах, если эти столбцы
прономеровать слева направо. Если
одна из монет находится в крайнем
левом столбце, рассуждения. В этом
случае, Соны двигает монету из
одной клетки ее столбца в другую,
вынуждая Данию выдвинуть одну из
монет из ее столбца. Возможны 2 се-

турции после хода России:

Р 0 или Р 0

В первом ход Союз для задержания 301
монеты очевиден, во второй же Союз
должен поставить передвинутою Россией
монету в столбец соседней после чего
Союз независимо от действий соперника
может взять 301 монету. Поэтому обра-
зуют, Союз может получить как мини-
мум 301 рубль.

Ответ: ~~(2, 3)~~ (1, 3)

Решение:

Пусть $(n-1)! - n$ и $(n-2)!$ различаются ровно на 2. Возможны 2 случая; либо:

$$1) ((n-1)! - n) = (n-2)! - 2$$

$$(n-1)! - (n-2)! = n-2$$

$$(n-2)! \cdot (n-1-1) = n-2 \quad | : (n-2) > 0$$

$$(n-2)! = 1$$

Так как $n > 2$ и $n-2 > 0$, то $n-2 = 1 \Rightarrow n = 3$.

Найдем m :

$$m(m-2) = ((3-1)! - 3) \cdot (3-2)!$$

$$m^2 - 2m = -1 \cdot 1$$

$$m^2 - 2m + 1 = 0$$

$$(m-1)^2 = 0$$

$$m-1 = 0$$

$$m = 1$$

$$2) ((n-1)! - n) = (n-2)! + 2$$

$$(n-1)! - (n-2)! = n+2$$

$$(n-2)! \cdot (n-1-1) = n+2 \quad | : (n-2) > 0$$

$$(n-2)! = \frac{n+2}{n-2}$$

ЗАДАЧА № 11.4	ЛИСТ 2 ИЗ 3	М-11-8
	(листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	ШИФР (заполняется оргкомитетом)

$$(n-2)! = 1 + \frac{4}{n-2}$$

Слева — возрастающая функция, справа — убывающая, значит у уравнения только 1 корень. Пусть $n=4$, тогда $(n-2)! = (4-2)! = 2 < 3 = 1 + \frac{4}{4-2} = 1 + \frac{4}{n-2}$. Пусть $n=5$ тогда $(n-2)! = (5-2)! = 6 > 2\frac{1}{3} = 1 + \frac{4}{5-2} = 1 + \frac{4}{n-2}$. Значит, корень уравнения принадлежит $(4; 5)$, то есть нецелый.

Пусть $(n-1)! - n$ и $(n-2)!$ различаются менее чем на 2. Тогда, если обозначить $m(m-2) = k(k+a)$, где k — целое наименьшее из макс за k , то $m(m-2) = k(k+a)$, где $a \leq 2$ и $a > 0$.

Если $k \leq m-2$, то $m(m-2) \leq k(m-2) < k(k+a)$. Если $k \geq m-1$, то $m(m-2) = m^2 - 2m < m^2 - 2m + 1 = (m-1)(m-1) \leq k(k+a)$. k не может принадлежать $(m-2; m-1)$ так как оно целое.

Пусть $(n-1)! - n$ и $(n-2)!$ различаются более чем на 2. Возможны два случая:

- 1) $(n-1)! - n < (n-2)! - 2$

$$(n-1)! - (n-2)! < n-2$$

$$(n-2)! \cdot (n-2) < n-2 \quad | : (n-2) > 0$$

$$(n-2)! < 1 \quad \text{что невозможно.}$$

$$2) (n-1)! - n > (n-2)! + 2$$

$$(n-1)! - (n-2)! > n+2$$

$$(n-2)! \cdot (n-2) > n+2 \quad | : (n-2) > 0$$

$$(n-2)! > \frac{n+2}{n-2}$$

$$(n-2)! > 1 + \frac{4}{n-2}$$