

Чтобы площадь квадрата была $> 1 \Rightarrow$ сторона квадрата должна также быть больше 1.

Пусть Олег был несколько прямоугольников - все их площади равны по условию.

Пусть площадь наибольшего прямоугольника из веток равна $= 1 \cdot n$, где n - его вторая сторона, $n \in \mathbb{Z}$; $2024 \nmid n$, n - простое.

Чтобы получился квадрат, его площадь должна быть n^2 (n - сторона наиб. прямоугольника). Тогда площадь остальных

прямоугольников, меньших по размеру должна быть равна:

$n \cdot n - n \cdot 1 = n^2 - n$ (из площади всего квадрата вычли площадь одного наибольшего прямоугольника).

Пусть Олег был все оставшиеся прямоугольники. Т.к.

прямоугольник $n \times 1$ - наибольший из веток, то все остальных меньших по размеру будет $n-1$ (например, пусть наибольший 10×1 , тогда останутся 9 меньших прямоугольников). Сторона следующего

прямоугольника максимальной будет равна $n-1$, тогда его площадь равна $= 1 \cdot (n-1) = n-1$

Если уменьшить максимальную площадь на максимальное кол-во прямоугольников, получим:

$$(n-1) \cdot (n-1) = (n-1)^2 = n^2 - 2n + 1$$

$n^2 - 2n + 1 \nlessdot n^2 - n$ - сравним полученные значения с площадью которую нужно прибавить к наибольшему прямоугольнику.

Т.к. n - простое число $\Rightarrow n^2 - 2n + 1 \nlessdot n^2 - n$

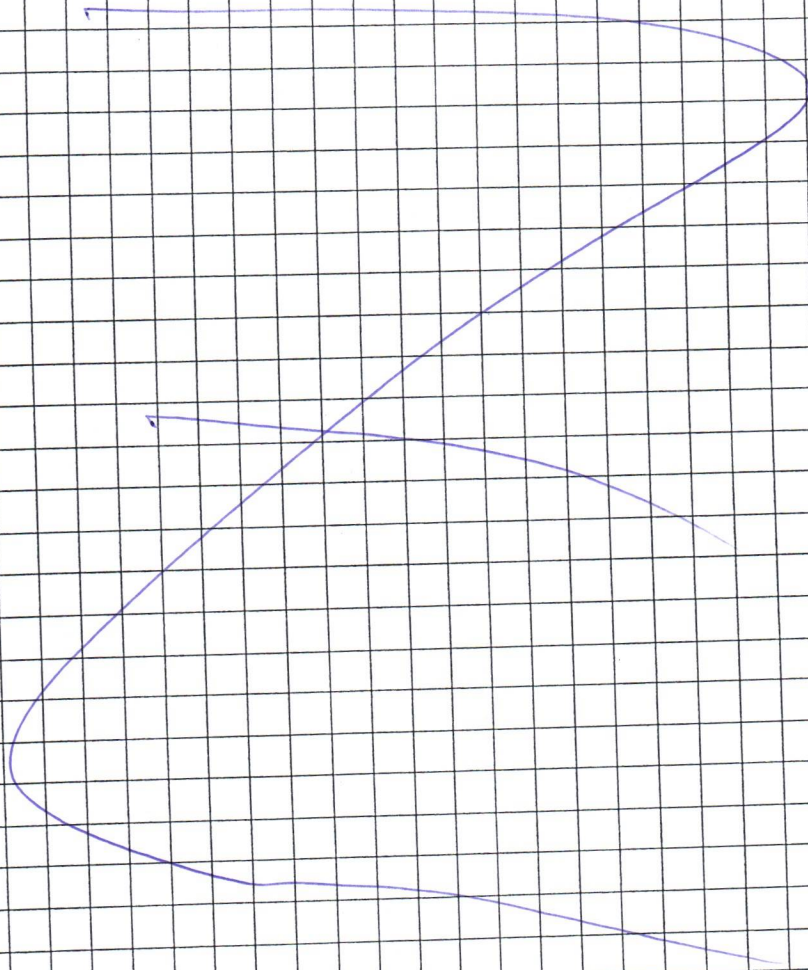
$$-2n + 1 \nlessdot -n$$

$-n$ будет больше $-2n + 1$ во всех случаях, кроме $n=1 \Rightarrow$

$n=1$ не подходит
по условию

⇒ Даже при максимальных, возможимых значениях площади S_i не хватает, чтобы получить квадрат.

Ответ: нет, не может.



Рассмотрим последовательности, в которых число увели-
чивается на x_1 , а $x_2 = 1$.

Плюс получается: $1 < 2 < 3 \dots < 2024$

Для примера посчитаем p_6 и p_7 :

$$p_6 = \left(1 - \frac{1}{1}\right) \left(2 - \frac{1}{2}\right) \left(3 - \frac{1}{3}\right) \left(4 - \frac{1}{4}\right) \left(5 - \frac{1}{5}\right) \left(6 - \frac{1}{6}\right) = 1 \cdot \frac{2}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{5}{4} \cdot \frac{6}{5} =$$

$$= \cancel{3} \cdot 4 \cdot \cancel{3} \cdot 5 \quad - \text{целое число}$$

$$p_7 = \cancel{3} \cdot 4 \cdot \cancel{3} \cdot 5 \cdot \left(7 - \frac{1}{7}\right) = 3 \cdot 4 \cdot \cancel{3} \cdot 5 \cdot \frac{48}{7} = 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 48$$

$$(p_7 = p_6 \cdot (x_7 - \frac{1}{x_7}))$$

Значит, что дроби сокращаются, а множитель следующего
числа сокращается с предыдущим p . Везде получаются

натуральные числа, кроме $x_2 = 2$, так $p_2 = 1 \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$.

При такой последовательности может получиться

$2024 - 1 = 2023$ натуральное число.

Ответ: 2023.

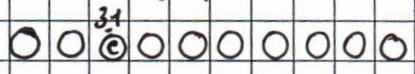
Если белыи тоска 100 - титое кот-во, а зая нагиаает => жакачиболъ
жакачиболъ тачи бугет Боря.

и Боря, и Зая жакачат по 50 тоска.

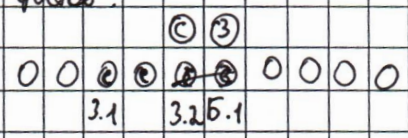
Рассмотрим цепоску дшиаа в 10 шариков, тора вид есть 10 таких цепоса.

Подсчитаем количество и кол-во хоров в таких цепосах орнаментов,
т.е. в ней титое кот-во тоска.

Первая жакачиболъ Зая, пусть синии цветом

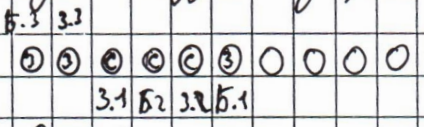


Т.е. Боре нужно, чтобы было как можно больше ^{тоска} синии с
орнаментови цветоми ридом, он можиат тору 2 тоски
жакачат днуцю зелённи цветом. Тора Зая ~~мож~~ жакачат
тоску ридом синии цветом и паузит 1 пару тоска ридом
цветов:

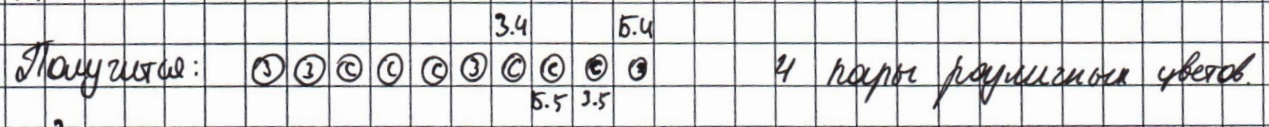


Но Боря жакачат ога вилуюа тоску
между синии ^{синии} и паузит 2 паре
с орнаментови цветоми.

Левее самой первой жакач тоски Зая можиат жакачат еи
зелённи цветом и паузит сини орну пару, тора Боре
нужно бугет жакачат самую левую тоску талки ти цветом.



Оставшиеся 4 тоски они можиат жакачат талке, как и первые
4.



Зая нужно бугет в напрых 10 тоска нагиаать не с первой,
тора она гарантированно паузит $4 \cdot 10 = 40$ пар

Ответ: 40.

Пусть 1-я шуря - шуря массой 1 2, 2-я шуря - массой 2 2 и т.д.

Пусть учитель даст Пете шуря с 1-й по 30-ю, т.е. с минимальными массами, а Васе - с 71-й по 100-ю, т.е. с максимальными массами.

Потра, если 11 шуря у 30 Петиных смогут уравновесить 12 шуря у 30 Васиных или 12 у 30 Петиных шуря смогут уравновесить 11 Васиных шуря, учитель не сможет разделить или так шуря.

Чтобы шуря можно было уравновесить, посмотрим, смогут ли Петиных шуря с максимальной массой превзойти массу Васиных шуря с минимальной массой.

I случай: 11 Петиных шуря \neq 12 Васиных шуря.

11 Петиных шуря с максимальной массой - это шуря с 20-й по 30-ю

12 Васиных шуря с минимальной массой - с 71-й по 82-ю

Кол-во Васиных шуря больше, а также масса каждой шуря больше массы каждой шуря Пети в несколько раз \Rightarrow их уравновесить не получится, так как даже сумма максимальных масс шуря Пети намного меньше, чем сумма минимальных масс шуря Васи.

II случай: 11 Васиных шуря \neq 12 Петиных шуря

Возьмем самые шуря Васи с минимальной массой, а шуря Пети - с максимальной.

Массу всех шуря можно найти как сумму арифм. прогр.:

$$S_1 = \frac{71+81}{2} \cdot 11 = 836 \quad \text{общая масса 11 мин. Васиных шуря с мин. массой (с 71-й по 81-ю)}$$

$$S_2 = \frac{19+30}{2} \cdot 12 = 294 \quad \text{общая масса 12 Петиных шуря макс. массой (с 19-й по 30-ю)}$$

Здесь также видно, что мин. масса Васиных шуря в несколько раз больше макс. массы Петиных шуря \Rightarrow их нельзя уравновесить \Rightarrow учитель не сможет разделить шуря таким образом. Ответ: да, сможет.

1) Если графики G_1 и G_2 пересекаются в двух точках \Rightarrow

\Rightarrow уравнение $px^2 + qx + r = x^2$ должно иметь 2 корня $\Rightarrow D > 0$.

$$px^2 + qx + r - x^2 = 0$$

$$x^2(p-1) + qx + r = 0$$

$$D = q^2 - 4 \cdot r \cdot (p-1) > 0$$

2) По Т. Виета: $x_1 + x_2 = \frac{-q}{p-1}$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{r}{p-1}$$

Пусть $x_1 = a$ (яснее $x \in T.A$); $x_2 = b$ (яснее $x \in T.B$); $a \neq b$

3) У графика G_2 есть 2 касательные в Т. А и в Т. В;

$$\text{ур. касательной} = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$$

$$\text{Тогда ур. кас. в Т. А} \Rightarrow y = f(a) + f'(a)(x - a) \quad \text{в Т. В:}$$

$$y = f(b) + f'(b)(x - b)$$

$$f(x) = G_2 = x^2$$

$$f'(x) = G_2' = 2x, \text{ тогда:}$$

$$\text{ур. кас. в Т. А} \Rightarrow y = a^2 + 2a(x - a)$$

в Т. В:

$$y = b^2 + 2b(x - b)$$

4) П.к. касательные пересекаются в Т. С:

$$a^2 + 2a(x - a) = b^2 + 2b(x - b)$$

$$a^2 + 2ax - 2a^2 = b^2 + 2bx - 2b^2$$

$$-a^2 + 2ax = -b^2 + 2bx$$

$$b^2 - a^2 + 2ax - 2bx = 0$$

$$(b-a)(b+a) + 2x(a-b) = 0$$

$$(b-a)(b+a) - 2x(b-a) = 0$$

$$(b-a)(b+a - 2x) = 0$$

$b-a$ не может быть $= 0$, т.к. $b \neq a$, тогда $b+a - 2x = 0$

$$2x = b+a$$

$$x = \frac{a+b}{2} \quad - \text{координата } x \text{ Т.С.}$$

$$C \in \text{касательной в Т. } B \Rightarrow y = b^2 + 2b\left(\frac{a+b}{2} - b\right)$$

$$y = b^2 + b(a+b) - 2b^2$$

$$y^2 = b^2 + ab + b^2 - 2b^2$$

$$y = ab \Rightarrow C\left(\frac{a+b}{2}; ab\right)$$

$$5) \text{ Т.к. } C \in G_1 \Rightarrow ab = p\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 + q\left(\frac{a+b}{2}\right) + r$$

$$ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)\left(p \cdot \frac{a+b}{2} + q\right) + r$$

$$\text{Уг. 2: } \frac{a+b}{a_1+a_2} = \frac{-q}{p-1}$$

$$a \cdot b = \frac{r}{p-1}$$

$$\frac{r}{p-1} = \left(\frac{-q}{p-1} \cdot 2\right) \left(p \cdot \frac{-q}{2(p-1)} + q\right) + r$$

$$\frac{r}{p-1} = \frac{-q}{2(p-1)} \cdot \left(\frac{-qp}{2(p-1)} + q\right) + r \quad | \cdot 2$$

$$\frac{2r}{p-1} = \frac{-q}{p-1} \cdot \left(\frac{-qp + 2q(p-1)}{2(p-1)}\right) + 2r$$

$$\frac{2r}{p-1} = \frac{-q}{p-1} \cdot \left(\frac{-qp + 2qp - 2q}{2(p-1)}\right) + 2r$$

$$\frac{2r}{p-1} = \frac{-q}{p-1} \cdot \frac{qp - 2q}{2(p-1)} + 2r$$

$$\frac{2r}{p-1} = \frac{-q^2(p-2)}{2(p-1)^2} + 2r \quad | \cdot 2(p-1)^2$$

$$2r \cdot 2(p-1) = -q^2(p-2) + 2r \cdot 2(p-1)^2$$

$$4r(p-1) = -q^2(p-2) + 4r(p-1)^2$$

$$4r(p-1) - 4r(p-1)^2 + q^2(p-2) = 0$$

$$4r(p-1 - (p-1)^2) + q^2(p-2) = 0$$

$$4r(-p^2 + 3p - 2) + q^2(p-2) = 0$$

$$-4r(p^2 - 3p + 2) + q^2(p-2) = 0$$

$$-4r(p-2)(p-1) + q^2(p-2) = 0$$

$$(p-2)(q^2 - 4rp + 4r) = 0$$

$$p-2=0$$

$p=2$ - не может быть, т.к. p -величина по условию.

$$q^2 - 4rp + 4r = 0$$

$$q^2 = 4rp - 4r$$

$$6) D > 0 \Rightarrow 4rp - 4r - 9rp + 4r > 0$$

$$0 > 0 \Rightarrow p \text{ - не существует}$$

Ответ: $p=2$

