ЗАДАЧА № 8. 1	ЛИСТ 1 ИЗ 1 (листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	М-8-5 ШИФР (заполняется оргкомитетом)

№1.

$a = \frac{2}{5}$ $b = \frac{3}{5}$ $c = \frac{4}{5}$

$\frac{a+b}{a-b} = \frac{\frac{2}{5}+\frac{3}{5}}{\frac{2}{5}-\frac{3}{5}} = \frac{\frac{5}{5}}{-\frac{1}{5}} = \frac{1}{-\frac{1}{5}} = -5$ целое

$\frac{b+c}{b-c} = \frac{\frac{3}{5}+\frac{4}{5}}{\frac{3}{5}-\frac{4}{5}} = \frac{\frac{7}{5}}{-\frac{1}{5}} = -7$ целое

$\frac{c+a}{c-a} = \frac{\frac{4}{5}+\frac{2}{5}}{\frac{4}{5}-\frac{2}{5}} = \frac{\frac{6}{5}}{\frac{2}{5}} = \frac{6}{2} = 3$ целое

ЗАДАЧА № 8.2 | ЛИСТ 2 ИЗ 1 (листы по каждой задаче нумеруются отдельно) | М-8-5 ШИФР (заполняется оргкомитетом)

№2

Предположим, рыцарей больше, чем лжецов ⇒ всего гномов рыцарей хотя бы 51 ⇒ ⇒ все они назвали хотя бы 6 различных кланов, т. к. 5 кланов по условию могут назвать всего ~~___~~ 50 гномов. Тогда они назвали хотя бы 6 кланов, в которых все гномы лжецы ⇒ хотя бы 60 гномов лжецов ⇒ или у нас хотя бы 51 гном рыцарь и хотя бы 60 гномов лжецов, то на собрании хотя бы 111 гномов, но на собрании всего 100 гномов ⇒ противоречие ⇒ гномов лжецов не меньше, чем гномов рыцарей

10·10

Пример. 5 кланов из рыцарей и 5 кланов из лжецов, поделим кланы на пары, где клан рыцарей и клан лжецов и пускай они назовут друг друга, тогда все кланы поделятся на пары по 2 клана где условия соблюдаются ⇒ такое возможно.

ЗАДАЧА № 8.4	ЛИСТ 1 ИЗ 2 (листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	М-8-5 ШИФР (заполняется оргкомитетом)

№4.

Ответ: 300

Даша сможет не позволить 100 монетам на доске сохраниться, если они все будут расположены хотя бы через 1 столбец . . . 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 . .

Тогда при любом ходе Сони она перемещает монетку со своего столбца на соседний, тогда Даша может одним своим ходом вернуть монетку обратно в свой столбец. Больше 100 нельзя т.к. если разделить доску на квадраты 2×2, то таких квадратов макс. 100 и в каждом таком квадрате макс. 1 столбец, в котором Даша сможет сохранять монетку ⇒ 400 − 100 = 300 монет макс. Соня сможет получить.

Также Даша всегда сможет оставлять по 1 монетке в столбцах через в любой момент игры. Посмотрим на момент, когда Соня убрала из какого-то определенного столбца

ЗАДАЧА № 8.4	ЛИСТ 2 ИЗ 2 (листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	М-8-3 ШИФР (заполняется оргкомитетом)

убирает монетку, тогда она его передвинула в какой-то соседний столбец ⇒ Даша сможет вернуть эту монетку обратно, и так с каждым из 100 столбцов Даша сможет делать. ⇒ Ответ: 300.

ЗАДАЧА № 8.6	ЛИСТ 1 ИЗ 1 (листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	М-8-3 ШИФР (заполняется оргкомитетом)

№6

Ответ: нет.

Если посмотреть на борцов под номерами 119 и 120; где $119 \vdots 17$ $\underset{17\cdot 7}{}$ и $120 \vdots 20$ $\underset{6\cdot 20}{}$,

но т.к. они соседние по номеру, то только один из них мог выиграть всех своих соперников ⇒ в списке мог оказаться только один из них.

ЗАДАЧА № 8.8	ЛИСТ 1 ИЗ 2 (листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	М-8-5 ШИФР (заполняется оргкомитетом)

№8.

Вначале поделим все возможные числа на 3 группы,

$\underbrace{1,\ 2,\ \dots,\ 33}_{1},\ \underbrace{34,\ \dots,\ 66}_{2},\ \underbrace{67,\ \dots,\ 99}_{3}$,

и перенумеруем

$\underbrace{1_1\ 2_1 \dots 33_1}$, $\underbrace{1_2\ 2_2 \dots 33_2}$, $\underbrace{1_3\ 2_3 \dots 33_3}$

Тогда за одну операцию мы каждый раз меняем группу.

Тогда получим на пары операций в крайних группах:

1) +33 −33 не изм.

2) +33 −34 ±1
+34 −33

3) (−) +33 (−) +33 ~~увеличить~~ изменить число на 0, 1, 2 и
(−) +34 (−) +33
(−) +34 (−) +34 перейти в другую крайнюю группу.

во 2-й группе будет только 1) и 2)

Представим наши 2025 операций как 1 начальная и множество парных операций

ЗАДАЧА № 8.8	ЛИСТ 2 ИЗ 2 (листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	М-8-5 ШИФР (заполняется оргкомитетом)

Тогда если она начала в 8_2, то она перейдет в любую из крайних групп (1 или 3)

Тогда, чтобы попасть в 17_2 она должна была перейти из крайней группы в среднюю, а потом операцией 2) дойти до 17_2.

Тогда есть 2 варианта.

1) когда было 33_1 и стало 1_2, тогда к числу 33 прибавили 34 и вычли 33, но $33+34=67 \Rightarrow$ число 67 появилось

2) когда было 1_3 и стало 33_2, тогда $1_3 = 67 \Rightarrow$ число 67 появилось

$\Rightarrow$ во всех случаях число 67 ~~должно~~ появится ч.т.д.

ЗАДАЧА № 8.10	ЛИСТ 1 ИЗ 2 (листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	М-8-5 ШИФР (заполняется оргкомитетом)

№ 10.

Если у нас 4 ряда, где в каждом по 1 литру воды, то в сумме 4 литра воды во всех сосудах $\Rightarrow$ в среднем в каждом сосуде $\frac{4}{12} = \frac{1}{3} \Rightarrow$ в 2-х сосудах $\frac{2}{3}$

Тогда попробуем распределить воду в сосудах так, чтобы если их упорядочить, то разница между любыми соседними сосудами была одинаковая разница в воде, распределяя по 1 литру в 3-х сосудах.

Пример:

$0 \quad \frac{2}{33} \quad \frac{4}{33} \quad \frac{6}{33} \quad \dots \quad \frac{18}{33} \quad \frac{20}{33} \quad \frac{22}{33}$

разница между любыми соседними сосудами $\frac{2}{33}$

Мин. кол-во воды - 0 литров $\Rightarrow$ если мы делаем разницу между любыми соседними сосудами одинаковыми, то макс. кол-во воды $\frac{2}{3}$, т.к если поделить сосуды на пары 1-й с 12-м, 2-й с 11-м и т.д., то сумма воды в них не изменится $\Rightarrow$ в каждой такой паре будет $\frac{2}{3}$ литров воды

ЗАДАЧА № 8.10	ЛИСТ 2 ИЗ 2 (листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	М-8-5 ШИФР (заполняется оргкомитетом)

Тогда мин. возможное значение α, которое оно может принимать при всех случаях $\alpha = \frac{2}{33}$ $\Rightarrow$ при α больше, чем $\frac{2}{33}$ условия тоже соблюдаются $\Rightarrow$

Ответ: $\alpha \geq \frac{2}{33}$