ЗАДАЧА № 8.1	ЛИСТ 1 ИЗ 1 (листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	М-8-12 ШИФР (заполняется оргкомитетом)

Подходят числа:

$$\left.\begin{aligned} a &= 0{,}2 \\ b &= 0{,}4 \\ c &= 0{,}6 \end{aligned}\right\} \notin \mathbb{Z}\ ;\ >0$$

$$\frac{0{,}2+0{,}4}{0{,}2-0{,}4} = \frac{0{,}6}{-0{,}2} = -3 \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{0{,}4+0{,}6}{0{,}4-0{,}6} = \frac{1}{-0{,}2} = -5 \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{0{,}6+0{,}2}{0{,}6-0{,}2} = \frac{0{,}8}{0{,}4} = 2 \in \mathbb{Z}$$

ЗАДАЧА № 8.2	ЛИСТ 1 ИЗ 1 (листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	М-8-12 ШИФР (заполняется оргкомитетом)

Заметим, что кланы, состоящие из лжецов будут названы только рыцарями.

Пусть рыцарей ≥ 50, тогда существует ≥ 5 кланов, состоящих из ~~рыцар~~ лжецов, $\Rightarrow$ лжецов $\geq 5 \cdot 10 = 50$ значит рыцарей не может быть больше 50, значит лжецов ≥ 50

ч.т.д.

ЗАДАЧА № 8.3	ЛИСТ 1 ИЗ 2 (листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	М-8-12 ШИФР (заполняется оргкомитетом)

$x > y^2+z^2 \Rightarrow x > 0$

$y > z^2+x^2 \Rightarrow y > 0$

$z > x^2+y^2 \Rightarrow z > 0$

По неравенству Коши:

$a^2+b^2 \geq 2ab$

$(a^2-2ab+b^2) \geq 0$

$y^2+z^2 \geq 2yz$

$z^2+x^2 \geq 2zx$

$x^2+y^2 \geq 2xy$

Заменим исходные выражения эквивалентными:

~~$x > 2yy$~~ без огран. общ. $x \geq y \geq z$; пусть не все числа $< \frac{1}{2}$

$x > 2yz$ 3 случая: 1. $x \geq \frac{1}{2}$ $y, z < \frac{1}{2}$

$y > 2zx$ 2. $x \geq \frac{1}{2}$ $y \geq \frac{1}{2}$ $z < \frac{1}{2}$

$z > 2xy$ 3. $x, y, z \geq \frac{1}{2}$

1. посмотрим на последнее выражение.

при $x \geq \frac{1}{2}$ $a = 2x \geq 1$

$z > ay$, но т.к. $a \geq 1$ и $y \geq z$, неравенство неверно $\Rightarrow$ пр. ис.

2. посмотрим на последнее выражение.

при $x, y \geq \frac{1}{2}$ $xy \geq \frac{1}{4}$, $2xy \geq \frac{1}{2}$, но $z < \frac{1}{2}$ — пр. ис.

ЗАДАЧА № 8.3	ЛИСТ 2 ИЗ 2 (листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	М-8-12 ШИФР (заполняется оргкомитетом)

3. Перемножим все три неравенства (все числа > 0)

$xyz > 8(xyz)^2$

$xyz - 8(xyz)^2 > 0$

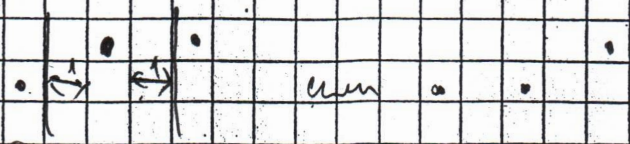
$xyz(1 - 8xyz) > 0$, но при $x, y, z \geq \frac{1}{2}$ $8xyz \geq 1 \Rightarrow$

$1 - 8xyz \leq 0$, т.к. $xyz > 0$, $xyz(1 - 8xyz) \leq 0$ пр.ш

Все числа $< \frac{1}{2}$

ЗАДАЧА № 8.4	ЛИСТ 1 ИЗ 1 (листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	М-8-12 ШИФР (заполняется оргкомитетом)

Посмотрим до каждого элемента мы сможем ~~расставить~~ сдвигать монеты, при этом Саша будет их получать при этом останется наибол. кол-во монет:



Пусть потом одно расстояние = 0 тогда

если ход Сони, мы сдвигаем монету влево и след. ходом Даша оставляет эту монету границы с —.

разобьём доску на

получится 33 прямоугольника 1 × 6 и квадрат 2 × 2

1 · 33 монеты 1 монета

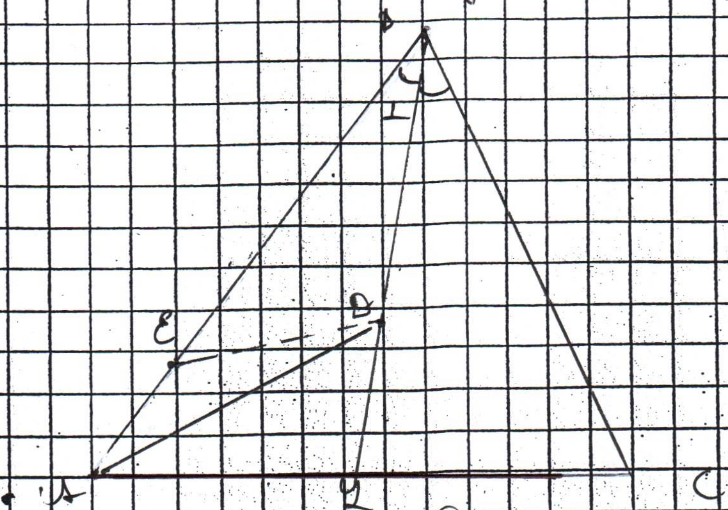
100 монет остальные забрала Соня (100 монет).

Мы обязательно попадём в подобную ситуацию т.к. в квадрате Даша может оставить ≤ 1 монеты

Ответ: 100 монет.

ЗАДАЧА № 8.5	ЛИСТ 1 ИЗ 2 (листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	М-8-12 ШИФР (заполняется оргкомитетом)

Пусть точка D лежит внутри △ABC, тогда



Найдем из двух углов, образованных биссектрисой и стороной, наибольший (если они равны, то ∠=90)

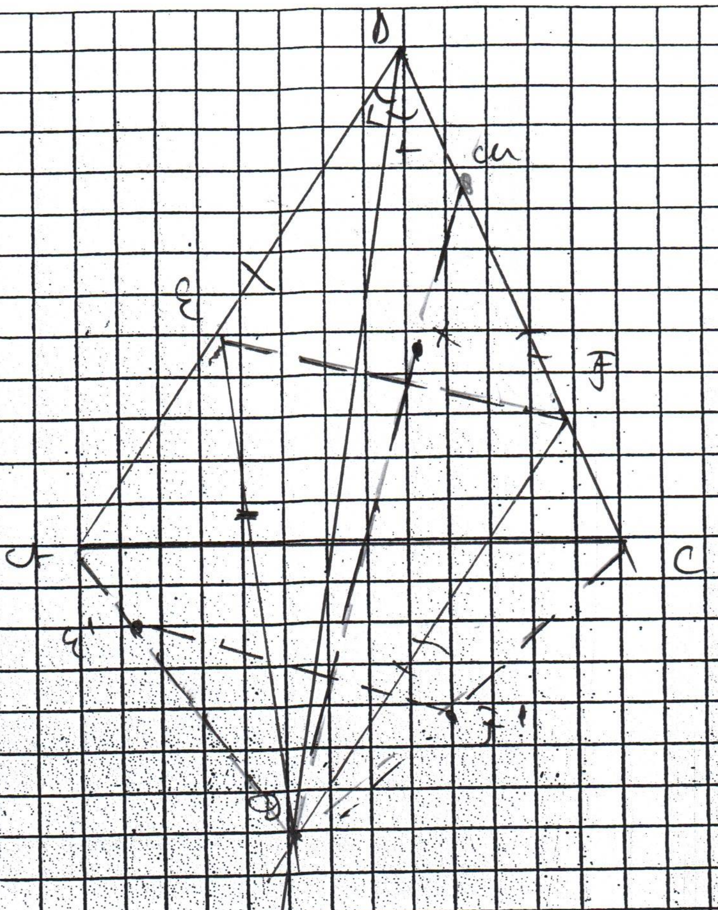
пусть это угол ALD, тогда ∠ADB > 90 т.к. ∠ALD ≥ 90, а

∠LAD ≠ 0 => ∠ADB наибольший в △ABD => AB — наибол. сторона

и AD < AB, тогда если отметим E на AB, она будет ∠ALD,

а значит ∠AB — пр ..., значит D лежит вне △ABC

ЗАДАЧА № 8.5	ЛИСТ 2 ИЗ 2 (листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	М-8-12 ШИФР (заполняется оргкомитетом)



Заметим, что из DEF — Δ, поскольку DE = AB, DF = BC, из отрезков AB, BC и EF можно составить Δ. Проведём биссектрису DM (прямую) ∠ADC. Сделаем || перенос отрезка EF так, чтобы E → E' ∈ AD, F → F' ∈ DC, при этом EF || E'F' и EF = E'F'.

На биссектрисе DM выберем такую точку X, что E'X = AD, F'X = DC (такая найдётся по аналогии условию задачи), тогда будет Δ E'F'X, составленный из E'F' = EF, E'X = AD, F'X = DC ⇒ можно составить с.у. EF, AD и DC ч.т.д.

ЗАДАЧА № 8.6	ЛИСТ 1 ИЗ 1 (листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	М-8-12 ШИФР (заполняется оргкомитетом)

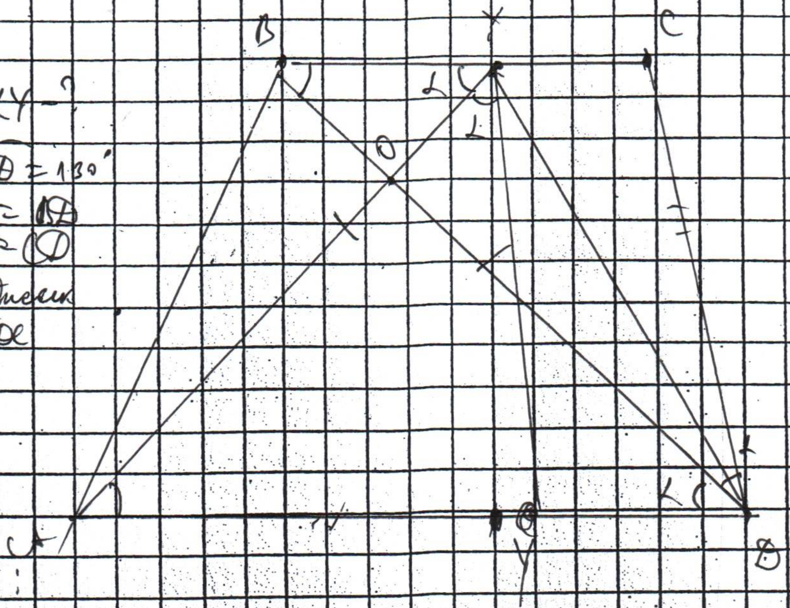
Бойцы с номерами 119 и 120

119 ⋮ 17

120 ⋮ 20

Они сыграли между собой ?) кто-то из них проиграл и не войдёт в список

ЗАДАЧА № 8.1	ЛИСТ 1 ИЗ 1 (листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	М-8-12 ШИФР (заполняется оргкомитетом)



Н | $\angle AXY$ − ?

Д | $\angle BCD = 130°$

$AX = BD$

$AY = CD$

BD − биссек

$\angle ADC$

Решение:

$ABXD$ — трапеция

т.к. $AX = BD$ (это диагонали), она — р/б

Пусть $AX \cap BD = O$

$\triangle AOD$ − р/б (диагонали точкой пересечения делятся на равные части)

$\angle OAD = \angle ODA$ (∠ при основании р/б △)

$$\left.\begin{aligned} &AX = BD \\ &\angle XAY = \angle BDC \\ &AY = CD \end{aligned}\right\} \Rightarrow \triangle AXY = \triangle DBC$$

$\angle AXY = \angle BDC = \angle$

$\angle ADC = 2\angle$ и $\angle BCD$ − одностор ∠ ⇒ $2\angle + \angle BCD = 180$

$2\angle = 50°$

$\angle = 25$ Ответ: $\angle AXY = 25° = \angle$.

ЗАДАЧА № 8. 8	ЛИСТ 1 ИЗ 1 (листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	М-8-12 ШИФР (заполняется оргкомитетом)

Заметим, что пока число > 33 или < 67, нельзя сделать подряд две операции увеличения или уменьшения; тогда за пару ходов число на экране ~~уменьшится~~ изменяется на ± 1 или 0; величина изменяется дискретно ~~за -1 ход~~ до 50 на 2024 ходу было число:

$\underbrace{16 \text{ или } 17}_{I}$ или $\underbrace{83 \text{ или } 84}_{II}$

если 2024 ход II, то мы обязательно встретим 67, если ход I, то обязательно встретится 33, но т.к. в каждый момент было число > 32, мы обязательно попадём в 67.

чтд

ЗАДАЧА № 8. 9	ЛИСТ 1 ИЗ 3 (листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	М-8-12 ШИФР (заполняется оргкомитетом)

Пусть числа идут подряд, начиная с единицы до числа n:

$\sum \text{чёт} = 2+4+6+\ldots+2k$, где k зависит от четности посл. числа

$$= 2(1+2+3+\ldots+k)$$

$$1+2+3+\ldots+k = \frac{(k+1)k}{2}$$

$$\cancel{2}\frac{(k+1)k}{\cancel{2}} = (k+1)k \quad \text{пусть} = x^2$$

$(k+1)k = x^2$ $\quad k$ и $x \in \mathbb{N}$

Заметим, что $k^2 < k^2+k < (k+1)^2$

$k^2+k = (k+1)k$ лежит между двумя посл. квадратами, значит $(k+1)k$ не может быть квадратом $\Rightarrow$) кешим

Если последовательность начинается не с 1:

Лемма:

$1+3+5+\ldots+2n-1 = n^2$

Докажем по индукции:

База:

$n=1$

$1=1^2$ — верно

ЗАДАЧА № 8.5	ЛИСТ 2 ИЗ 3 (листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	М-8-12 ШИФР (заполняется оргкомитетом)

Переход:

$n = k$ пусть верно:

$1+2+3+\dots+2k-1 = k^2$

докажем для $n = k+1$:

$$\underbrace{1+2+3+\dots+2k-1}_{k^2} + 2(k+1)-1 = (k+1)^2$$

$k^2 + 2(k+1) - 1 = (k+1)^2$

$k^2 + 2k + 2 - 1 = k^2 + 2k + 1$ — верно;

Σ нечет чисел от $2k-1$ до $2(k+m)-1$

$$\underbrace{1+3+5+7\dots+2(k-1)-1}_{\mathrm{I}} + \underbrace{2k-1+2(k+1)-1\dots+2(k+m)-1}_{\mathrm{II}}$$

чтобы найти Σ чисел во втором найдём Σ всех чисел

$\Sigma = (k+m)^2$ для удобства $k+m = x$

и найдём Σ чисел в I:

$\Sigma = (k-1)^2$ для удобства $k-1 = y$

Пусть Σ в II — квадрат — n^2, тогда

$n^2 = x^2 - y^2$

$x^2 = n^2 + y^2$ — невозможно, если чисел > 1

ЗАДАЧА № 8 . 9	ЛИСТ 1 ИЗ 1 (листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	М-8-12 ШИФР (заполняется оргкомитетом)

Если число > 1, мы продолжаем те же самые операции,

уменьшая кол-во чисел. С тем до тех пор, пока их не станет 1.

[redacted]

ЗАДАЧА № 8.10	ЛИСТ 1 ИЗ 1 (листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	М-8-12 ШИФР (заполняется оргкомитетом)

~~Ответ: $L > \frac{1}{38}$~~

Если $L = \frac{1}{48}$

$\frac{1}{48}$ $\frac{3}{48}$ $\frac{44}{48}$

$\frac{0}{48}$ $\frac{2}{48}$ $\frac{46}{48}$

$\frac{4}{48}$ $\frac{6}{48}$ $\frac{38}{48}$

$\frac{8}{48}$ $\frac{10}{48}$ $\frac{30}{48}$ → не работает

$\frac{12}{48}$ $\frac{14}{48}$ $\frac{22}{48}$

~~Ответ: $L = \frac{1}{24}$~~

~~$L = 24 : 1$~~

~~$\frac{0}{24}$ $\frac{2}{24}$ $\frac{22}{24}$~~

~~$\frac{4}{24}$ $\frac{6}{24}$ $\frac{12}{24}$~~

Если меньше $L = \frac{1}{48}$, то тоже не работает очевидно