7 баллов

ЗАДАЧА № 8.1	ЛИСТ 1 ИЗ 1 (листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	8-10-01 ШИФР (заполняется оргкомитетом)

Решение:

Разложим число „2024" на простые множители:

```
2024 | 2
1012 | 2
 506 | 2
 253 | 11
  23 | 23
   1 |
```

Заметим, что в разложении числа „2024" участвуют только числа „2", „11", „23", а значит, ~~можно число „2024"~~ мы сможем получить 2024 одинаковых по весу куска сыра из 1-го, выполняя указанные в условии задачи операции (т.е. сначала разделить 1 кусок сыра на 23 одинаковых по весу, затем каждый из 23 кусков разделить на 11 одинаковых по весу, затем каждый из 253 полученных кусков разделить на 2 одинаковых по весу, затем каждый из 506 полученных кусков разделить на 2 одинаковых по весу, и наконец, каждый из 1012 полученных кусков сыра разделить на 2 одинаковых по весу, и тогда получится 2024 куска сыра, одинаковых по весу).

Ответ: да, можно.

0 баллов

ЗАДАЧА № 8.2	ЛИСТ 1 ИЗ 1 (листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	8-10-01 ШПФР (заполняется оргкомитетом)

Решение:

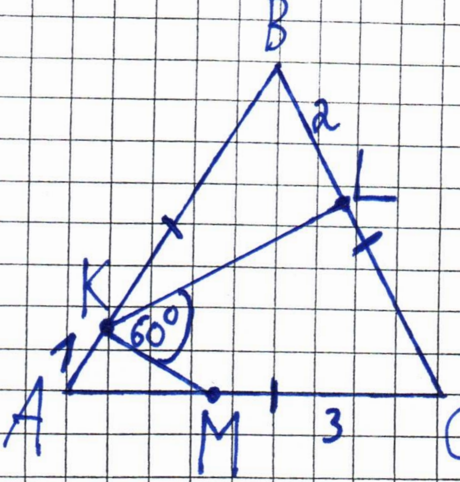
Т.к. ~~квадрат~~ квадрат должен быть площадью больше чем 1, то площадь квадрата будет минимум 2·2. Заметим, что в квадрат 2·2 не поместятся прямоугольники, размер которых больше чем 1·2; в квадрат 3·3 — размер которых больше чем 1·3 и т.д. То есть, например, в квадрат 2·2 поместятся только прямоугольники 1·2 и 1·1; в квадрат 3·3 — 1·3, 1·2 и 1·1 и т.д. Давайте ~~сонзн~~ сосчитаем площадь ~~при~~ квадратов в клеточках: для 2·2 — 4 клеточки; для 3·3 — 9 клеточек и т.д., а сумма клеточек прямоугольников, которые вместятся в данные квадраты будет меньше, чем вся площадь этих квадратов (для 2·2 — 1·2+1·1=2+1=3, а S=4; для 3·3 — 1·3+1·2+1·1=3+2+1=6, а S=9 и т.д.) ⇒

⇒ Значит Олег не сможет составить никакой клетчатый квадрат, площадью больше 1-го, из своих клетчатых прямоугольников.

Ответ: нет, не сможет.

7 баллов

ЗАДАЧА № 8.3	ЛИСТ 1 ИЗ 2 (листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	8-10-01 ШИФР (заполняется оргкомитетом)



Дано: ΔABC — равносторонний; $AK=1$; $BL=2$; $MC=3$; $\angle MKL=60°$.
Найти: сторону ΔABC.

Решение:

Т.к. ΔABC — равносторонний, то $\angle A=\angle B=\angle C=60°$.
$\angle AKB$ — развёрнутый, значит $\angle BKL+60°+\angle AKM=$
$=180° \Rightarrow \angle BKL+\angle AKM=180°-60°=120°$;
$\angle BKL+\angle KLB+\angle B=180°$ (по сумме углов Δ-ка) $\Rightarrow$
$\Rightarrow \angle BKL+\angle KLB=180°-\angle B=180°-60°=120°$;
Т.к. $\angle BKL+\angle AKM=120°$ и $\angle BKL+\angle KLB=120°$, то
$\angle AKM=\angle KLB$;

В ΔBLK и ΔAKM:
1. $\angle B=\angle A=60°$ (т.к. ΔABC — равносторонний)
2. $\angle AKM=\angle KLB$, а значит, что $\Delta BLK \sim \Delta AKM$ (по 2-ум углам). Т.к. $\Delta BLK \sim \Delta AKM$, то $\frac{BL}{AK}=\frac{LK}{KM}=\frac{BK}{AM}$; $\Rightarrow$
$\Rightarrow \frac{BL}{AK}=\frac{BK}{AM}$; $\Rightarrow \frac{2}{1}=\frac{BK}{AM}$; $\Rightarrow BK=2AM$; $AB=AC$ (т.к. ΔABC — равносторонний) $\Rightarrow AK+KB=AM+MC$; $1+KB=AM+3$;
Пусть $AM=x$, тогда $BK=2x$ (т.к. $BK=2AM$);

ЗАДАЧА № 8.3	ЛИСТ 2 ИЗ 2 (листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	8-10-01 ШИФР (заполняется оргкомитетом)

Составим и решим уравнение:

$1+2x=x+3$;

$2x-x=3-1$;

$x=2$.

$AM=x=2$;

$AC=AM+MC=2+3=5$;

AC — сторона ΔABC.

Ответ: 5.

О баллов

ЗАДАЧА № 8.5	ЛИСТ 1 ИЗ 1	8-10-01
	(листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	ШНФР (заполняется оргкомитетом)

Решение:

$a^2+2023b^2-2024c^2=a^2+2023b^2-2024c^2+b^2-b^2=$

$=a^2-b^2+2023b^2+b^2-2024c^2=a^2-b^2+2024b^2-2024c^2=$

$=(a-b)(a+b)+2024(b-c)(b+c);$

Ответ: $(a-b)(a+b)+2024(b-c)(b+c).$

7 баллов

ЗАДАЧА № 8.6	ЛИСТ 1 ИЗ 1 (листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	8-10-02 ШНФР (заполняется оргкомитетом)

Решение:

Предположим, что такое возможно. Пусть наименьшее из таких чисел будет k, тогда следующее идущее за ним число будет $k+1$, дальше будет $k+2$ и т.д. до $k+14$ включительно. Сумма 4-ёх наименьших будет равна: $k+(k+1)+(k+2)+(k+3)$, а также, по предположению, она будет равна сумме 11-ти остальных чисел: $(k+4)+(k+5)+(k+6)+\ldots+(k+13)+(k+14)$.

Составим и решим уравнение:

$k+(k+1)+(k+2)+(k+3)=(k+4)+(k+5)+(k+6)+\ldots+(k+14)$;

$k+k+1+k+2+k+3=k+4+k+5+k+6+\ldots+k+14$;

$4k+6=11k+99$;

$4k-11k=99-6$;

$-7k=93$;

$k=\frac{93}{-7}$;

$k=-13\frac{2}{7}$.

У нас получилось, что наименьшее из этих чисел равно $-13\frac{2}{7}$, но по условию сказано, что все эти числа — целые. Мы получили противоречие, а это значит, что таких чисел не найдётся.

Ответ: нет, не найдутся.

7 баллов

ЗАДАЧА № 8.7	ЛИСТ 1 ИЗ 1 (листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	8-10-02 ШИФР (заполняется оргкомитетом)

Решение:

Да, ~~могли:~~ слова Пети могли оказаться правдой, вот пример:

1) 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 0
2) 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 1
3) 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 2
4) 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 3
5) 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 4
6) 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 5
7) 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 6
8) 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 7
9) 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 8
10) 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 9

Итого: 11 цифр каждого вида.

Ответ: да, могли.

О баллов

ЗАДАЧА № 8.8	ЛИСТ 1 ИЗ 1 (листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	8-10-02 ШИФР (заполняется оргкомитетом)

Решение:

Сначала напишем число 0; затем справа от него напишем наше число N; следом за N, обязательно, должна идти единица, т.к. если будет хотя бы 2, то: $0+N=N$; $N+2>N$ на 2, что противоречит условию. Таким образом получим цикл в обе стороны круга: ...1, N, 0, N, 1, N, 1... Теперь найдём наибольшее N. Т.к. всего у нас 2023 числа, а одно из них — 0, то на N и 1 поровну приходится $\frac{2023-1}{2}=1011$ чисел; также если мы начали с N, то на обратной от нуля ~~стороне~~ части круга наш цикл закончится 2-мя единицами — их сумма равна 2-ум. Т.е наибольшее N, которое не противоречит условию = 2 (т.к. если N = хотя бы 3-ём, то сумма 3 и 1 = 4, а сумма 2-ух единиц = 2; 4 отличается от 2 на 2). Вот пример с двойкой:

1, 1, 2, 0, ~~N~~ 2, 1, 1, 2, 1 ...

2, 1, 1 ...

2, 1, 1, 2, 1, 1, 2, 1, 1, 2

Ответ: наибольшее $N=2$.